Formulaire de trigonométrie

Lignes trigonométriques circulaires usuelles

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	$\pm\infty$

(retenir $\frac{\sqrt{n}}{2}$ pour $n = 0, 1, 2, 3, 4$)

Définitions et propriétés fondamentales, formules d'addition

$\cos a := \frac{e^{ia}+e^{-ia}}{2}$	$e^a e^b = e^{a+b}$	$\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$
$\sin a := \frac{e^{ia}-e^{-ia}}{2i}$	$\cos^2 a + \sin^2 a = 1$	$\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$
$\tan a := \frac{\sin a}{\cos a}$	$1 + \tan^2 a = \frac{1}{\cos^2 a}$	$\tan(a \pm b) = \frac{\tan a \pm \tan b}{1 \mp \tan a \tan b}$

$\lambda\cos\theta + \mu\sin\theta$
$= r\cos(\theta - \varphi)$
où $re^{i\varphi} := \lambda + \mu i$

Formules de duplication et de linéarisation des carrés (triples et cubes en option)

$\cos 2a = \begin{cases} \cos^2 a - \sin^2 a \\ 2\cos^2 a - 1 \\ 1 - 2\sin^2 a \end{cases}$	$\cos^2 a = \frac{1+\cos 2a}{2}$ $\sin^2 a = \frac{1-\cos 2a}{2}$
$\sin 2a = 2\sin a \cos a$	$\tan 2a = \frac{2\tan a}{1-\tan^2 a}$

$\cos 3a = 4\cos^3 a - 3\cos a$
$\sin 3a = 3\sin a - 4\sin^3 a$
$\cos^3 a = \frac{3\cos a + \cos 3a}{4}$
$\sin^3 a = \frac{3\sin a - \sin 3a}{4}$

Paramétrage par la tangente de l'arc moitié

$t := \tan\frac{a}{2}$	$\cos a = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ (pair)
$t = \frac{\sin a}{1+\cos a}$	$\sin a = \frac{2t}{1+t^2}$ (impair)
$t = \frac{1-\cos a}{\sin a}$	$\tan a = \frac{2t}{1-t^2}$ (impair)

Formules de linéarisation et de factorisation

$\cos a \cos b = \frac{1}{2}(\cos(a+b) + \cos(a-b))$	$\cos a + \cos b = 2\cos\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$
$\sin a \sin b = -\frac{1}{2}(\cos(a+b) - \cos(a-b))$	$\cos a - \cos b = -2\sin\frac{a+b}{2}\sin\frac{a-b}{2}$
$\sin a \cos b = \frac{1}{2}(\sin(a+b) + \sin(a-b))$	$\sin a + \sin b = 2\sin\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$

Commencer toujours par écrire le $a + b$ avant le $a - b$.
Quant on voit un autre signe "moins" ($\cos - \cos$), on en rajoute un autre devant.

Argument et arc-tangente Si $a + ib = z = re^{i\theta}$, alors $\boxed{\begin{array}{ll} \theta = \operatorname{atn}\frac{b}{a} & \text{si } a > 0 \\ \theta = 2\operatorname{atn}\frac{b}{a+r} & \text{si } z \notin \mathbb{R}_- \end{array}}$.

Symétries diverses Pour appliquer sin, cos ou tan en $\pm\theta \pm \pi\,(/2)$, dessiner un cercle trigo avec $\theta \simeq 0^+$.

Composée et réciproques. Pour appliquer sin, cos ou tan en $\operatorname{asn} x$, $\operatorname{acs} x$ ou $\operatorname{atn} x$, dessiner un triangle rectangle, imposer deux côtés à 1 et x selon l'argument donné et trouver le troisième par Pythagore.

Dérivées des réciproques.

$\operatorname{asn}' s = \frac{1}{\sqrt{1-s^2}}$	$\operatorname{acs}' c = \frac{-1}{\sqrt{1-c^2}}$	$\operatorname{atn}' t = \frac{1}{1+t^2}$
$\operatorname{ash}' s = \frac{1}{\sqrt{1+s^2}}$	$\operatorname{ach}' c = \frac{1}{\sqrt{c^2-1}}$	$\operatorname{ath}' t = \frac{1}{1-t^2}$

Les graphes donnent le sens de variation et le domaine de définition ($\longrightarrow$ contrôle les dénominateurs).

Trigo hyperbolique Mettre un i devant les fonctions $\boldsymbol{i}$mpaires : remplacer partout $\begin{cases} \cos \text{ par ch} \\ \sin \text{ par } i\,\text{sh} \\ \tan \text{ par } i\,\text{th} \end{cases}$.