Devoir pour jeudi 28 septembre

exo15 *Dans un parking, il y a des motos (2 roues) et des voitures (4 roues). On compte 28 véhicules et 80 roues. Combien y a-t-il de voitures ?*

Notons m (resp. v) le nombre de motos (resp. voitures). Leur somme vaut alors le nombre total de véhicules, *i. e.* 28, ce qui s'écrit $m + v = 28$. Par ailleurs, le nombre total de roues, à savoir 80, s'obtient en ajoutant le nombre de roues de chaque véhicule (regrouper les roues par véhicule), *i. e.* en ajoutant le double du nombre de motos (chacune ayant 2 roues) et le quadruple du nombre de voitures (chacune ayant 4 roues), ce qui s'écrit $80 = 2m + 4v$, d'où (diviser par 2) les égalités

$$40 = m + 2v = \underbrace{m + v}_{\substack{=28 \text{ d'après la} \\ \text{1re hypothèse}}} + v = 28 + v, \text{ d'où } v = 40 - 28 = 12.$$

---

exo16 *90% de la hauteur d'un iceberg est sous la surface de l'eau. Quelle est la hauteur totale d'un iceberg dont la partie visible est haute de 35m ?*

Soit un tel iceberg. Notons h sa hauteur totale (cherchée), i et e les hauteurs des parties resp. immergée (sous l'eau) et émergée (visible). On a alors l'égalité $h = i + e$. Par ailleurs, la première hypothèse se traduit par les égalités $i = (90\% \text{ de } h) = \frac{90}{100}h = \frac{9h}{10}$; multiplier par 10 donne $10i = 9h$, *i. e.* $10(h - e) = 9h$ *i. e.* $10h - 10e = 9h$, *i. e.* $10h - 9h = 10e$, ou encore $\boxed{h = 10e}$.

La hauteur totale s'obtient donc en *décuplant* la hauteur de la partie émergée, ce qui donne dans notre cas (avec la seconde hypothèse) une hauteur totale de $10 \cdot 35m = 350m$.

---

exo17 *Dans un établissement scolaire, trois élèves sur cinq sont demi-pensionnaires, trois élèves sur dix sont pensionnaires et soixante-douze sont externes. Quel est le nombre d'élèves de cet établissement ?*

Notons N le nombre cherché, puis d, p et e les nombre d'élèves resp. demi-pensionnaires, pensionnaires et externes, de sorte à avoir l'égalité $N = d + p + e$. Les première et deuxième hypothèses se traduisent alors par les égalités $\begin{cases} d = \frac{3}{5}N = \frac{6N}{10} \\ p = \frac{3N}{10} \end{cases}$. Réinjecter ces dernières dans la somme précédente donne l'égalité $N = \frac{6N}{10} + \frac{3N}{10} + e$. Multiplier par 10 livre l'égalité $10N = 6N + 3N + 10e$, *i. e.* $10N - 6N - 3N = 10e$, ou encore $\boxed{N = 10e}$. Comme à l'exercice précédent, il suffit de décupler la donnée numérique (ici $e = 72$) pour obtenir le nombre cherché, ici l'établissement étudié contient $10 \cdot 72 = 720$ élèves.

English

15) *Twenty-eight vehicles are parked in a place and have in total eighty wheels. Given each motorbike is 2-wheeled and each car is 4-wheeled , find the number of cars parked among the 28 vehicles.*

Write m (resp. c) for the number of motorbikes (resp. cars). Their sum then equals the total number of vehicles, *i. e.* 28, which translates into equality $m + c = 28$. Besides, the total number of wheels, *i. e.* 80, is obtained by adding the number of wheels of each vehicle (gather the wheels by vehicle), *i. e.* by adding the double of the numbers of motorbikes (each being 2-wheeled) and the quadruple of the number of cars (each being 4-wheeled), which translates into equality $80 = 2m + 4c$, hence (divide by 2) equalities

$$40 = m + 2c = \underbrace{m + c}_{\substack{=28 \text{ by the first} \\ \text{hypothesis}}} + c = 28 + c, \text{ hence } c = 40 - 28 = 12.$$

---

16) *What's the total height is an iceberg whose visible part is 35m high, given it has 90% of its total height under water ?*

Let be such an iceberg. Define h to be its total height (sought after), i and e the resp. heights of the immersed (under water) and emerged (visible) parts, so that one has equality $h = i + e$. Besides, the first hypothesis translates into equalities $i = (90\% \text{ of } h) = \frac{90}{100}h = \frac{9h}{10}$; multiply by 10 yields $10i = 9h$, *i. e.* $10\,(h - e) = 9h$ *i. e.* $10h - 10e = 9h$, *i. e.* $10h - 9h = 10e$, or yet $\boxed{h = 10e}$.

The total height is therefor the *tenfold* of the height of the sunken part, hence in our situation (thanks to the second hypothesis) a total height of $10 \cdot 35m = 350m$.

---

17) *In a music library, three pieces out of five are written in minor scale, three out of ten are written in major scale, while seventy-two are neither (modal scale or else). How many pieces of music does the library have ?*

Write N le sought-after number, then m, M et e the numbers of music pieces that are resp. written in minor, major and else, so that one has equality $N = m + M + e$. The first and second hypotheses then translate into equalities $\begin{cases} m = \frac{3}{5}N = \frac{6N}{10} \\ M = \frac{3N}{10} \end{cases}$. Plugging the latter into the former sum yields equality $N = \frac{6N}{10} + \frac{3N}{10} + e$. Multiply by 10 yields equality $10N = 6N + 3N + 10e$, *i. e.* $10N - 6N - 3N = 10e$, or yet $\boxed{N = 10e}$.

Just like the exercise before, the sought-after number is the tenfold of the given numerical data (in our case $e = 72$). Therefore, the library contains $10 \cdot 72 = 720$ pieces of music.