

Fonctions

(exercices)

1. On appelle f la fonction qui, à chaque rationnel, associe son carré diminué de 1.
 - (a) *Quel est le domaine de définition de f ?*
 - (b) *Écrire f sous la forme*
$$\begin{cases} ? & \longrightarrow \mathbf{R} \\ x & \longmapsto ? \end{cases} .$$
 - (c) *Calculer les images par f des nombres $-1, 0, \frac{1}{2}$ et $\sqrt{2}$.*
 - (d) *Décrire les ensembles d'antécédents par f de -1 , de 0 puis de 120.*

2. On note g la fonction qui, à tout entier au moins égal à 1, associe la racine carrée de son tiers.
 - (a) *Préciser le domaine de définition de g .*
 - (b) *Mettre g sous la forme*
$$\begin{cases} ? & \longrightarrow \mathbf{R} \\ n & \longmapsto ? \end{cases} .$$
 - (c) *Déterminer les images par g des nombres $-1, 0, 3$ et 147.*
 - (d) *Calculer l'ensemble des antécédents par g de -1 , celui de 0, celui de 1 puis celui de 4.*

3. Désignons par h la fonction qui, à chaque entier relatif, associe la différence élevée au cube de ce nombre avec 1.
 - (a) *Donner le domaine de définition de h .*
 - (b) *Exprimer h sous la forme*
$$\begin{cases} ? & \longrightarrow \mathbf{R} \\ t & \longmapsto ? \end{cases} .$$
 - (c) *Calculer les images par h des nombres $-1, 0, \frac{1}{2}, \sqrt{2}$ et 5.*
 - (d) *Déterminer tous les antécédents par h de -1 , tous ceux de 0 puis tous ceux de $\frac{1}{2}$.*

4. Notons $A : \begin{cases} \mathbf{Z} & \longrightarrow \mathbf{R} \\ z & \longmapsto \frac{1}{z-18} \end{cases} .$
 - (a) *Expliciter en français la définition ci-dessus.*
 - (b) *Calculer les images par A de $-12, -\frac{5}{3}, -1, 0, \frac{1}{2}$ et 18.*
 - (c) *La fonction A est-elle bien définie ? Préciser le cas échéant son domaine de définition.*
 - (d) *Déterminer l'ensemble des antécédents par A de 0, celui de 1 puis celui de -1 .*

5. Définissons $B : \begin{cases} \mathbf{Q} & \longrightarrow \mathbf{R} \\ q & \longmapsto \sqrt{1-2q} \end{cases} .$
 - (a) *Expliciter en français la définition ci-dessus.*
 - (b) *Calculer les images par B de $-12, -\frac{5}{3}, -1, 0, \frac{1}{2}$ et 18.*
 - (c) *La fonction B est-elle bien définie ? Préciser le cas échéant son domaine de définition.*
 - (d) *Déterminer tous les antécédents par B de 0, tous ceux de 1, tous ceux de 3 puis tous ceux de -1 .*

6. Appelons $C : \begin{cases} \mathbf{N}^* & \longrightarrow \mathbf{R} \\ n & \longmapsto \frac{1}{\sqrt{n^2-1}} \end{cases} .$
 - (a) *Expliciter en français la définition ci-dessus.*
 - (b) *Calculer les images par C de $-12, -\frac{5}{3}, -1, 0, \frac{1}{2}$ et 18.*
 - (c) *La fonction C est-elle bien définie ? Préciser le cas échéant son domaine de définition.*
 - (d) *Déterminer les ensembles d'antécédents par C de 0, de 1, de 4 puis de $\frac{1}{4\sqrt{2}}$.*

7. *Pour chacune des "fonctions" ci-après (dont on ne précise pas le domaine de définition), écrire en français un algorithme (une procédure) qui, appliqué(e) à un nombre du domaine de définition de la fonction considérée, donne l'image de ce nombre par cette fonction :*

$$\begin{array}{cccccccc}
 x \mapsto x & t \mapsto t^2 & y \mapsto \sqrt{y} & z \mapsto \frac{1}{z} & x \mapsto 18 & \Delta \mapsto \frac{1}{3\Delta-6} & t \mapsto \frac{1}{t^2-1} \\
 x \mapsto \frac{1}{x} & a \mapsto \frac{1}{\sqrt{4a^2-9}} & b \mapsto \frac{b+2}{b+1} & y \mapsto y^2 & c \mapsto \frac{6c-1}{3c+2} & \gamma \mapsto \frac{\gamma(2-\gamma)^2}{\gamma(2-\gamma)} .
 \end{array}$$