

Un exemple de document L^AT_EX

Rémi Peyre

1^{er} février 2010

Table des matières

1	Introduction	1
2	Texte simple	3
2.1	Quelques mots sur les listes	3
2.2	L’incipit du <i>Petit Prince</i>	3
3	Le théorème de d’Alembert–Gauss	4
A	Formules en vrac	5

Résumé

Voici un exemple de document rédigé avec le logiciel L^AT_EX, faisant usage des principales commandes de base de celui-ci. Grâce à l’examen du code-source de ce texte, vous devriez rapidement vous familiariser avec ce nouveau langage.

1 Introduction

L^AT_EX — prononcer “latèque” — est un logiciel de formatage de texte particulièrement utile pour rédiger des documents mathématiques. Le cœur de ce logiciel est le langage T_EX, conçu par D. Knuth [2], dont L. Lamport [3] a facilité l’usage¹ en y ajoutant un grand nombre de « macros ».

1. D’où le nom : LAmport TEX.

À l'inverse du cas des logiciels grand public, la création du document se fait en deux temps : on édite d'abord un *code-source* contenant des phrases abstruses comme $\sum_{i=1}^{\infty} i^{-2} = \frac{\pi^2}{6}$, qui est ensuite *compilé* pour donner un document dans un format habituel. Pourquoi diantre ? Vous le découvrirez bientôt !

Dans le §2, nous étudierons la mise en forme de texte simple, puis au §3 nous aborderons le cas des mathématiques, en prenant pour prétexte le théorème de d'Alembert–Gauss. Un grand nombre d'exemples de formules sont également donnés dans l'appendice A.

2 Texte simple

2.1 Quelques mots sur les listes

Il existe deux types de listes en \LaTeX :

- Les listes ordinaires (comme celle-ci) ;
- Les listes numérotées (comme la suivante).

Ces listes peuvent, dans une certaine mesure, être personnalisées. Plus généralement, pour personnaliser vos documents \LaTeX , je vous invite à consulter les documents suivants, par ordre de complexité croissante :

1. *The not so short introduction to $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$* , disponible sur Internet ;
2. Le *\LaTeX companion* [1] ;
3. Le manuel original de \LaTeX [3] ;
4. The \TeX book, le manuel original de \TeX [2].

2.2 L'incipit du *Petit Prince*

Le dessin numéro 1 Lorsque j'avais six ans j'ai vu, une fois, une magnifique image, dans un livre sur la forêt vierge qui s'appelait *Histoires vécues*. Ça représentait un serpent boa qui avalait un fauve. Voilà la copie du dessin.

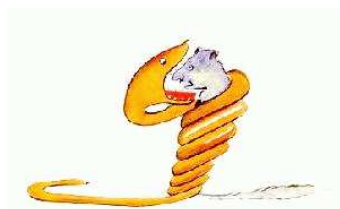


FIGURE 1 – L'illustration du livre *Histoires vécues*.

On disait dans le livre : « Les serpents boas avalent leur proie tout entière, sans la mâcher. Ensuite ils ne peuvent plus bouger et ils dorment pendant les six mois de leur digestion ».

J'ai alors beaucoup réfléchi sur les aventures de la jungle et, à mon tour, j'ai réussi, avec un crayon de couleur, à tracer mon premier dessin. Mon dessin nu-

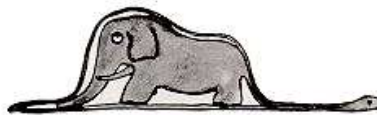
méro 1. Il était comme ça :



Le dessin numéro 2 J'ai montré mon chef-d'œuvre aux grandes personnes et je leur ai demandé si mon dessin leur faisait peur.

Elles m'ont répondu : « Pourquoi un chapeau ferait-il peur ? »

Mon dessin ne représentait pas un chapeau. Il représentait un serpent boa qui digérait un éléphant. J'ai alors dessiné l'intérieur du serpent boa, afin que les grandes personnes puissent comprendre. Elles ont toujours besoin d'explica-



tions. Mon dessin numéro 2 était comme ça :

Les grandes personnes m'ont conseillé de laisser de côté les dessins de serpents boas ouverts ou fermés, et de m'intéresser plutôt à la géographie, à l'histoire, au calcul et à la grammaire. C'est ainsi que j'ai abandonné, à l'âge de six ans, une magnifique carrière de peintre. J'avais été découragé par l'insuccès de mon dessin numéro 1 et de mon dessin numéro 2. Les grandes personnes ne comprennent jamais rien toutes seules, et c'est fatigant, pour les enfants, de toujours leur donner des explications...

3 Le théorème de d'Alembert–Gauss

Théorème 1 (d'Alembert, Gauss). *Pour tout $n \geq 1$, pour tous $a_0, \dots, a_{n-1} \in \mathbb{C}$, le polynôme complexe $P(X) = X^n + a_{n-1}X^{n-1} + \dots + a_0$ a au moins une racine, càd. qu'il existe au moins un $\zeta \in \mathbb{C}$ tel que*

$$P(\zeta) = \zeta^n + a_{n-1}\zeta^{n-1} + \dots + a_0 = 0.$$

Démonstration. Étudions la fonction

$$\begin{aligned} \Phi: \quad \mathbb{R}^2 &\longrightarrow \mathbb{R}_+ \\ (x, y) &\longmapsto |P(x + iy)|. \end{aligned}$$

La fonction Φ est clairement continue ; en outre, comme $|P(z)| \sim |z|^n$ quand $|z| \rightarrow \infty$, elle peut être rendue arbitrairement grande en-dehors d'un compact ; par conséquent Φ atteint son infimum global. Choisissons donc ζ_0 tel que $\Phi(\zeta_0) = \inf_{z \in \mathbb{C}} \Phi(z)$; notre objectif sera de montrer que $\Phi(\zeta_0)$ est nécessairement égal à 0.

Supposons par l'absurde que $\Phi(\zeta_0) > 0$. Écrivons $P(\zeta_0)$ sous sa forme polaire $P(\zeta_0) = \Phi(\zeta_0)e^{i\theta}$, et définissons

$$(1) \quad \Psi(z) = P(\zeta_0 + z) - P(\zeta_0).$$

Ψ est alors un polynôme non nul vérifiant $\Psi(0) = 0$; il existe donc $k \in \mathbb{N}^*$ et $\alpha \in \mathbb{C}^*$ tels qu'au voisinage de 0,

$$(2) \quad \Psi(z) \sim \alpha z^k.$$

Maintenant, il existe au moins un $\xi \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ tel que $\alpha \xi^k = -e^{i\theta}$. Pour $\lambda \in (0, +\infty)$, la combinaison de (1) et (2) donne alors, quand $\lambda \rightarrow 0$:

$$(3) \quad P(\zeta_0 + \lambda \xi) = (\Phi(\zeta_0) - \alpha \lambda^k) e^{i\theta} + o(\lambda^k).$$

Comme $P(\zeta_0) \neq 0$ d'après notre supposition, au point $(\Re(P(\zeta_0)), \Im(P(\zeta_0)))$ la fonction $(x, y) \mapsto |x + iy|$ est de classe C^1 , de différentielle $(x, y) \mapsto x \cos \theta + y \sin \theta$. Par conséquent, en passant au module dans (3), on obtient

$$\Phi(\zeta_0 + \lambda \xi) = \Phi(\zeta_0) - \alpha \lambda^k + o(\lambda^k),$$

et donc en particulier $\Phi(\zeta_0 + \lambda \xi) < \Phi(\zeta_0)$ pour λ suffisamment petit, ce qui contredit l'hypothèse. \square

Définition 1. Un polynôme $P(X) \in \mathbb{C}[X]$ unitaire de degré n est dit *scindé* s'il se factorise complètement, i.e. s'il existe $\zeta_1, \dots, \zeta_n \in \mathbb{C}$ tels que

$$P(X) = (X - \zeta_1) \times (X - \zeta_2) \times \dots \times (X - \zeta_n).$$

Corollaire 2. *Tout polynôme unitaire sur \mathbb{C} est scindé.*

Démonstration. On procède par récurrence sur le degré. Si $P \in \mathbb{C}[X]$ est de degré 0, il n'y a rien à démontrer. Si P est de degré $n + 1$, alors par le théorème 1 P a au moins une racine ζ , donc (vu que \mathbb{C} est un corps) P se factorise sous la forme $P(X) = (X - \zeta)Q(X)$ pour un polynôme Q unitaire de degré n . Si on sait que le corollaire 2 est vrai en degré n , on a alors $Q(X) = (X - \zeta_1) \cdot \dots \cdot (X - \zeta_n)$, d'où $P(X) = (X - \zeta)(X - \zeta_1) \cdot \dots \cdot (X - \zeta_n)$, de sorte que P est scindé et qu'on a démontré le corollaire en degré $n + 1$. \square

A Formules en vrac

$$\gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{i} \right) - \log n \right)$$

$$\#\mathfrak{S}_n = n!$$

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

$$\varphi = (1 + \sqrt{5})/2$$

$$\Pr[A] = \int_{\Omega} \mathbf{1}_A(\omega) \, \mathrm{d}\Pr(\omega)$$

$$\vec{\nabla}\psi\cdot\vec{\tau}=\frac{\partial\psi}{\partial x}$$

$$(f \text{ est continue en } x_0) \quad \Leftrightarrow \quad \forall \varepsilon > 0 \; \exists \eta > 0 \; (|x-x_0| \leqslant \eta \Rightarrow |f(x)-f(x_0)| \leqslant \varepsilon)$$

$$\sum_{\substack{i_1,\dots,i_\ell\geqslant 1\\ i_1+\dots+i_\ell=n}}1=\mathsf{C}_{n-1}^{\ell-1}$$

Voici diverses sortes d’« accents » qu’on peut placer sur le symbole a : a' , \tilde{a} , \hat{a} , \bar{a} , \check{a} , \grave{a} .

$$vitesse = \frac{distance}{temps}$$

$$(g\circ f)'\equiv (g'\circ f)\cdot f'$$

Pour $C\subset\mathbb{R}^n$ un convexe fermé, si $C\neq\emptyset$, alors $\inf_{x\in C}\|x\|$ est atteint en un unique point.

$$\begin{aligned} 1+2+\cdots+2n &= (1+2n)+(2+(2n-1))+\cdots+(n+(n+1)) \\ &= (2n+1)+\cdots+(2n+1)=n(2n+1) \end{aligned}$$

$$(a\vee b)\wedge c=(a\wedge c)\vee(b\wedge c)$$

Références

- [1] Michel GOOSSENS, Frank MITTELBACH et Alexander SAMARIN : *The L^AT_EX companion*. Addison–Wesley, 1994.
- [2] Donald E. KUNTH : *The T_EXbook*. Addison–Wesley, 1984. 2^e édition.
- [3] Leslie LAMPORT : *L^AT_EX : A document preparation system*. Addison–Wesley, 1994. 2^e édition.