Mécanique des fluides/Fluid Mechanics

Brisure spontanée de symétrie dans le sillage tri-dimensionnel d'un cylindre allongé, simulé par la méthode des gaz sur réseaux

Jean-Pierre RIVET

Résumé – On présente une simulation numérique directe par méthode de gaz sur réseaux, de l'écoulement tri-dimensionnel instationnaire incompressible à un nombre de Reynolds de 74, autour d'un cylindre allongé à base circulaire, avec un écoulement incident uniforme. On décrit la structure tri-dimensionnelle et l'évolution temporelle du sillage qui aboutit à un détachement de rouleaux tourbillonnaires inclinés par rapport au cylindre. Ce type de sillage ne possède plus l'invariance par translation parallèlement à l'axe du cylindre.

Spontaneous symmetry-breaking in the 3-D wake of a long cylinder, simulated by the lattice gas method

Abstract – We present a direct numerical simulation by the lattice gas method of the threedimensional non-stationary incompressible flow at a Reynolds number of 74, past a long circular cylinder, with a uniform incident flow. We describe the three-dimensional structure and the timeevolution of the wake, which leads to an oblique vortex shedding situation. This kind of wake is not invariant under translation parallel to the cylinder axis.

Abridged English Version – INTRODUCTION. – Numerous experimental studies have revealed that the *two-dimensional* wake of a circular cylinder presents a Hopf bifurcation when the Reynolds number crosses a critical value Re_c which is close to 47. This Hopf bifurcation leads from a stationary velocity field with a symmetrical recirculation zone behind the obstacle, to an oscillating wake known as "Bénard-von Kármán vortex street" ([1], [2]). The problem of the incompressible flow past a circular cylinder can be viewed as a threedimensional extension of the previous problem by just adding a spatial coordinate Z, in the axial direction.

This additional space coordinate raises the question of the three-dimensional structure of the wake ([6], [7]). Experimental results show that there still exists a critical value of the Reynolds number, at which a bifurcation occurs, leading to a non-stationary oscillatory flow [3]. Near that critical Reynolds number, the bifurcated flow can be viewed in first approximation as a "stack" of oscillators corresponding to the two-dimensional Bénard-von Kármán street, with a phase which may or may not vary with the axial coordinate.

1. MOTIVATIONS FOR NUMERICAL SIMULATIONS. – Although many laboratory experiments have already been performed, some disagreement between experiments still remains regarding the three-dimensional structure of the wake [6], especially at moderated Reynolds numbers between 35 and 120. Some authors (e.g. reference [10]) find parallel vortex shedding, in other words, all the oscillators are phase-synchronized. This is observed at Reynolds numbers (e.g. 117), quite far above the critical value. Other authors (e.g. reference [11]) find oblique vortex shedding situations already at a Reynolds number of 75. End-effects and input flow inhomogeneities may be major causes of the reported discrepancies ([6], [7]).

2. THE SIMULATION. – We have investigated this problem at a Reynolds number of 74, by a direct numerical simulation of the incompressible Navier-Stokes equations using the 3-D lattice gas method FCHC-8 ([12], [13], [14]) implemented on a CRAY-2. In order to

Note présentée par Yves POMEAU.

0764-4450/91/03130151 \$ 2.00 © Académie des Sciences

be free from end-effects, we have chosen periodic boundary conditions for all hydrodynamical fields in the axial direction. In the flow direction, transverse to the cylinder axis, we have imposed wind tunnel-like conditions to maintain a constant mean flow rate. We have used a $512 \times 128 \times 512$ -node lattice. The cylinder, on which rigid boundary conditions are assumed, has a circular cross-section with a diameter of 20 nodes. The axis of the cylinder spans the full Z-width of the lattice (512 nodes).

We have explored the velocity field extracted by cell-averaging every 200 time steps (that is, roughly every circulation time, based on the diameter and on the up-stream mean velocity). This study has revealed the following scenario for the time-evolution of the wake:

- Immediately after the impulsive start of the flow, an oscillating vortex street appears with a phase having a disordered axial structure (*Fig.* 1).

- Due to diffusive viscous coupling, the early disordered structure decays in favour of an ordered mode involving wavy vortices (Figs. 2 and 3).

- A dislocation occurs in the wavy structure (*Fig.* 4). Eventually, an oblique vortex pattern with slanted rolls emerges. The slanting angle is quantified by the periodicity condition (*Figs.* 5 and 6). This oblique shedding remains stable at least for the entire time-span covered by the simulation. This does not rule out the appearance on an even longer time scale of another dislocation leading to a different vortex pattern.

3. CONCLUSIONS. – There remain many aspects of the three-dimensional vortex shedding behind a circular cylinder which are not addressed by our simulation. It would be of interest for example to know the lowest Reynolds number at which parallel shedding is stable, if such a threshold exists. Here, we have provided evidence that oblique shedding is already possible at Reynolds numbers as low as 74.

We are grateful to U. Frisch and P. Albarède for their advice. This work was supported by the E.E.C. (SC1-0212-C) and the D.R.E.T. (50-276). The computational resources have been allocated by the Science Panel of the C.C.V.R.

INTRODUCTION. – Le problème du sillage d'un corps cylindrique allongé a fait l'objet de nombreuses études expérimentales, théoriques et numériques. Il n'en reste pas moins que certains désaccords qualitatifs subsistent entre les constatations expérimentales de différentes sources, notamment en ce qui concerne la structure tri-dimensionnelle du sillage dans la gamme des nombres de Reynolds modérés de 35 à 120.

Il est généralement admis que l'écoulement derrière un cylindre à section droite circulaire, tant qu'il peut être considéré comme bi-dimensionnel, conduit à une bifurcation de Hopf à un nombre de Reynolds critique Re_c dont la valeur est voisine de 47. En dessous de cette valeur, le sillage symétrique stationnaire est stable, alors qu'au-dessus, le sillage stationnaire perd sa stabilité en faveur d'un sillage oscillant avec une phase initiale arbitraire (allée de Bénard-von Kármán) ([1], [2]).

Les expériences sur des cylindres très allongés montrent qu'il existe encore une valeur critique du nombre de Reynolds au-delà de laquelle l'écoulement devient instationnaire [3]. Dans l'hypothèse où les effets de bords sont négligeables, l'écoulement derrière un cylindre allongé sera tri-dimensionnel ou bi-dimensionnel suivant que l'invariance par transition parallèle à l'axe du cylindre est ou non brisée. On peut se faire une image mentale de cette question en considérant qu'au voisinage du seuil critique, l'écoulement dans chaque tranche bi-dimensionnelle perpendiculaire à l'axe subit une bifurcation de Hopf avec une phase initiale variant aléatoirement avec la coordonnée Z (le long de

l'axe du cylindre). Les effets diffusifs tendent bien sûr à « synchroniser » progressivement tous ces « oscillateurs ». Si les effets diffusifs étaient les seuls présents, on serait conduit à une situation où la phase est indépendante de la coordonnée axiale. Ceci correspondrait à un sillage constitué de rouleaux parallèles à l'axe du cylindre. En fait, de nombreuses expériences ont montré que ce type de sillage n'est pas le seul que l'on puisse rencontrer. Divers auteurs ont en effet observé d'autres types de sillages dans lesquels par exemple, les rouleaux se détachent en formant des chevrons ([4], [5]) ou bien encore où les rouleaux se détachent en oblique, c'est-à-dire avec une phase variant linéairement avec la coordonnée axiale. D'un point de vue théorique, il est maintenant possible d'aborder des questions comme les émissions parallèles et obliques en utilisant des outils de la théorie des systèmes dynamiques étendus (tels que l'équation de Ginzburg-Landau). Nous reviendrons sur ces questions dans une autre publication. Ici, l'objectif est de compléter les données expérimentales par des données de simulation numérique.

1. MOTIVATIONS POUR UNE APPROCHE NUMÉRIQUE. – Une question très débattue ([6], [7]) est de savoir pour quelles valeurs du nombre de Reynolds on rencontre un type de sillage ou l'autre. Kovasznay [8] et Phillips [9] observent un détachement de rouleaux rectilignes parallèles au cylindre à un nombre de Reynolds de 50. Tritton, pour sa part, observe très près du seuil des détachements de rouleaux rectilignes inclinés par rapport au cylindre d'un angle allant jusqu'à 30°. Hama [10] observe le détachement parallèle à un nombre de Reynolds Re=117, alors que Taneda [11] observe un détachement incliné de 10° environ pour Re=75, et le détachement parallèle pour Re ≤ 60 . Il est à noter [6] que seules les expériences effectuées par déplacement d'un cylindre dans une cuve d'eau au repos, et non en soufflerie, permettent d'observer le détachement parallèle au-delà de Re=50. Il a été suggéré qu'une des explications possibles pour ces désaccords entre résultats expérimentaux pourrait reposer sur l'influence des conditions aux extrémités du cylindre ([6], [7]).

Nous avons donc abordé ce problème par une simulation numérique afin de nous affranchir des effets de bords ainsi que, bien sûr, de divers effets « parasites » expérimentaux comme le couplage des oscillations du sillage avec les vibrations mécaniques du cylindre.

2. LES CONDITIONS DE L'EXPÉRIENCE NUMERIQUE. – Pour simuler l'écoulement autour du cylindre, nous avons utilisé la méthode des gaz sur réseaux [12] qui permet facilement de prendre en compte des écoulements tri-dimensionnels en soufflerie autour d'obstacles rigides et fixes. Les conditions aux limites sur le cylindre sont du type « paroi rigide ». Pour éviter les effets de bords et avoir un problème globalement invariant par translation parallèlement à l'axe du cylindre, nous avons choisi des conditions périodiques aux extrémités du cylindre (direction Z). Nous avons imposé des conditions d'injection de fluide dans la direction de l'écoulement initial uniforme (direction X) afin d'entretenir un écoulement moyen constant perpendiculaire à l'axe du cylindre. Enfin, dans la direction Y perpendicualire au cylindre et à l'écoulement moyen, nous avons utilisé des conditions périodiques et non pas du type « paroi rigide », dans le but d'éviter un couplage possible du sillage avec la couche limite qui se serait développée à la paroi.

Nous avons utilisé le modèle de gaz sur réseaux tri-dimensionnel FCHC-8 ([13], [14]) mis en œuvre sur un CRAY-2. Celui-ci permet de gérer la mise à jour d'environ 30 millions de nœuds de réseau par seconde de quadri-processeur, ce qui représente environ 4 mn par temps de circulation.

C. R., 1991, 2° Semestre (T. 313)

Série II - 12

Après plusieurs simulations d'essai, nous avons choisi d'effectuer la simulation la plus détaillée à un nombre de Reynolds de 74 (basé sur le diamètre du cylindre). Ce nombre est en effet suffisamment élevé par rapport au nombre de Reynolds de transition pour que l'instabilité oscillante se développe rapidement et nettement. Nous avons effectué cette simulation sur un réseau de $512 \times 128 \times 512$ nœuds, respectivement dans les directions X (direction de l'écoulement moyen), Y (direction transverse) et Z (direction de l'axe du cylindre). Le cylindre a un diamètre de 20 nœuds et s'étend sur 512 nœuds en longueur, ce qui lui donne un rapport d'aspect L/d=25,6. Il est situé à 64 nœuds de « l'entrée de la veine » (plan d'injection du fluide).

Nous avons choisi de travailler avec une densité moyenne de 11,30 particules par nœud et avec un écoulement moyen de 0,188 en unités de réseau (lien par pas de temps). Compte tenu des propriétés de transport du modèle FCHC-8, telles qu'elles ont été mesurées dans [14], ceci correspond à un nombre de Reynolds de 74 pour un diamètre de cylindre de 20 nœuds. Dans ces conditions, un temps de circulation (durée nécessaire au fluide pour advecter une quantité passive sur une distance égale au diamètre du cylindre) équivaut à environ 215 pas de temps.

Tous les 200 pas de temps (soit à peu près tous les temps de circulation), les trois composantes du champ de vitesse ainsi que la densité sont calculées par moyenne sur des cellules jointives de $8 \times 8 \times 8$ nœuds. Ces données sont ensuite compactifiées et transférées via le réseau R3T2 vers un processeur graphique local « IRIS-4D 70GT » (Silicon Graphics), bien adaptée pour l'exploration graphique de données tri-dimensionnelles.

3. DESCRIPTION DU SILLAGE. – L'analyse à divers instants du champ de vitesse dans divers plans parallèles et perpendiculaires à l'axe du cylindre a permis de distinguer le scénario temporel suivant :

- Immédiatement après le départ impulsif de l'écoulement, un sillage oscillant se développe derrière le cylindre avec une structure spatialement désordonnée selon la coordonnée axiale (*fig.* 1). On peut considérer en première approximation, que dans chaque plan ($Z=Z_0$) perpendiculaire à l'axe du cylindre, le sillage prend la forme d'une allée de Bénard-von Kármán avec une phase qui dépend aléatoirement de la position Z_0 du plan.

EXPLICATIONS DES PLANCHES

Planche I

- Fig. 1. Sillage 3-D d'un cylindre circulaire : champ de vitesse retranché de sa valeur moyenne, représenté dans un plan de coupe tangent au cylindre et parallèle à l'écoulement moyen, au bout de 4000 pas de temps (18,3 temps de circulation).
- Fig. 1. -3-D wake of a circular cylinder: velocity field with its mean value subtracted shown in a plane tangent to the cylinder and parallel to the mean flow, after 4,000 time steps (18.3 circulation times).
- Fig. 2. Mêmes conditions que pour la figure 1, au bout de 8000 pas de temps (37,0 temps de circulation).
- Fig. 2. Same conditions as in Figure 1, after 8,000 time steps (37.0 circulation times).

Fig. 3. - Mêmes conditions que pour la figure 1, au bout de 12 000 pas de temps (55,7 temps de circulation).

Fig. 3. – Same conditions as in Figure 1, after 12,000 time steps (55.7 circulation times).

PLANCHE I/PLATE I

JEAN-PIERRE RIVET



Fig. 2

Fig. 1

Fig. 3

PLANCHE II/PLATE II



Planche II

Fig. 4. - Mêmes conditions que pour la figure 1, au bout de 16000 pas de temps (74,4 temps de circulation). Fig. 4. - Same conditions as in Figure 1, after 16,000 time steps (74.4 circulation times).

Fig. 5. - Mêmes conditions que pour la figure 1, au bout de 20000 pas de temps (93,1 temps de circulation).

Fig. 5. - Same conditions as in Figure 1, after 20,000 time steps (93.1 circulation times).

Fig. 6. – Mêmes conditions que pour la figure I, au bout de 24000 pas de temps (112 temps de circulation). Fig. 6. - Same conditions as in Figure 1, after 24,000 time steps (112 circulation times).

- Le sillage s'ordonne progressivement selon Z pour donner une série de rouleaux de forme ondulante en Z (fig. 2 et 3).

- Une dislocation se produit dans la structure ondulante (fig. 4).

- On atteint finalement un sillage où les rouleaux se détachent de manière inclinée avec un angle quantifié par la contrainte de périodicité selon Z (fig. 5 et 6). Le détachement incliné reste stable au moins sur les échelles de temps couvertes par la simulation. ce qui n'exclut pas que sur des échelles de temps plus longues, une nouvelle dislocation donne naissance à un autre type de sillage.

4. CONCLUSIONS. - Il reste de nombreux aspects de l'émission de tourbillons derrière un cylindre circulaire qui n'ont pas été abordés dans notre simulation. Elle indique seulement que le détachement oblique semble se produire déjà à un nombre de Revnolds de 74. Il serait intéressant par exemple de connaître le nombre de Reynolds le plus élevé compatible avec la stabilité de rouleaux parallèles à l'axe du cylindre, à supposer qu'un tel seuil existe (de très longues simulations à des nombres de Reynolds plus proches du seuil seraient requises pour cela).

Nous adressons nos remerciements à U. Frisch et P. Albarède pour leurs conseils. Ce travail a été soutenu par la C.E.E. (SC1-0212-C) et par la D.R.E.T. (50-276). Les moyens de calcul utilisés ont été attribués par le Conseil scientifique du Centre de Calcul vectoriel pour la Recherche.

Note remise le 22 avril 1991, acceptée après révision le 31 mai 1991.

Références bibliographiques

[1] H. BÉNARD, J. Fluid. Mech., 147, 1908, p. 839.

 [2] T. VON KÁRMÁN, Gött. Nachr., 1911, p. 509-517.
 [3] C. MATHIS, Propriétés des composantès de vitesse transverses dans l'écoulement de Bénard-von Kármán aux faibles nombres de Reynolds, Thèse, 1983. [4] C. H. K. WILLIAMSON, J. Fluid. Mech., 206, 1989, p. 579-627.

[5] P. ALBARÈDE, M. PROVANSAL et L. BOYER, C.R. Acad. Sci. Paris, 310, série II, 1990, p. 459-464.

[6] J. H. GERRARD, J. Fluid. Mech., 25, 1966, p. 143-164.

[7] A. SLAOUTI et J. H. GERRARD, J. Fluid. Mech., 112, 1981, p. 297-314.

[8] L. S. G. KOVASZNAY, Proc. Roy. Soc. A, 193, 1949, p. 174.

[9] D. S. O. ROVASZINA, 170C. Roy. Boc. A, 120, 1242, p. 114.
[9] O. M. PHILIPS, J. Fluid. Mech., 1, 1956, p. 607.
[10] F. R. HAMA, J. Aero. Sci., 24, 1957, p. 156.
[11] S. TANEDA, Rep. Res. Int. Appl. Mech., 1, 1952, p. 131.
[12] U. FRISCH, D. D'HUMIÈRES, B. HASSLACHER, P. LALLEMAND, Y. POMEAU et J. P. RIVET, Complex System, 1, 1987, p. 649-707.

[13] D. D'HUMIÈRES, P. LALLEMAND et U. FRISCH, Europhys. Lett., 2, 1986, p. 291-297.

[14] B. DUBRULLE, M. HENON, U. FRISCH et J. P. RIVET, J. Stat. Phys., 59, 1990, p. 1186-1226.

Département « G.D. Cassini », C.N.R.S.-U.R.A. 1362, Observatoire de Nice, B.P. nº 139, 06003 Nice Cedex.