

Partie 1: Introduction, Histogrammes, Premières transformations

Pierre Maurel

Visages, IRISA/INRIA

pierre.maurel@irisa.fr

<http://www.normalesup.org/~pmaurel/IMA/>

Organisation du cours

Traitement et analyse des images numériques : Pierre Maurel

- 12h de cours
- 12h de TP


Synthèse d'images : Fabrice Lamarche

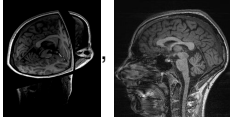

- 12h de cours
- 12h de TP

Traitement des images : cas particulier du traitement du signal

- notion de signal : observation de phénomène.
- quantités dépendantes du temps, de l'espace ou de la fréquence.
- modélisation sous forme de fonction d'une ou plusieurs variables.

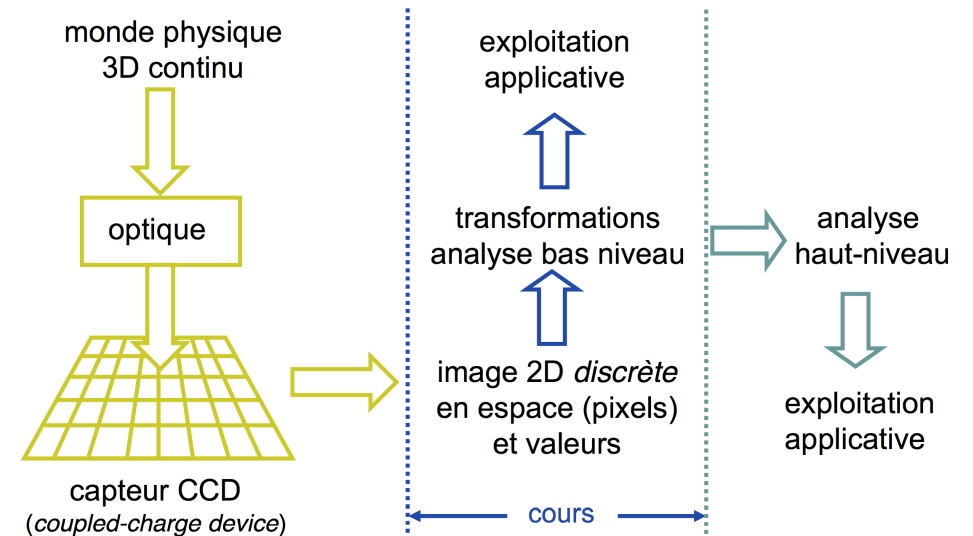
- 1D : variable → **le temps** t (exemple : le son) 

- 2D : les images, variables → **l'espace** (x, y) 

- 3D : images 3D (x, y, z) ,  vidéos $((x, y), t)$ 

- 4D : volumes 3D évoluant dans le temps

Contexte



Domaines d'application ...

- Depuis les années 60
 - Astronomie (images multispectrales, télescopes terrestres et spatiaux)
 - Imagerie médicale (radios, échographie, angiographie, IRM, etc.)
 - Imagerie biologique (microscopie, puce ADN)
 - Image satellite (météo, climato, océano, surveillance, ressources)
 - défense, sécurité, surveillance (bio-métrie : iris, veines, empreintes, visages, plaques, etc.)
 - Robotique
 - Contrôle non-destructif (qualité de production, intégrité des structures)
 - ...
- Plus récemment
 - Capture et analyse du mouvement humain (prothèses, geste sportif, interfaces gestuelles)
 - Réalité augmentée, réalité virtuelle
 - Tatouage numérique (Watermarking)
 - Assistance à la conduite
 - ...

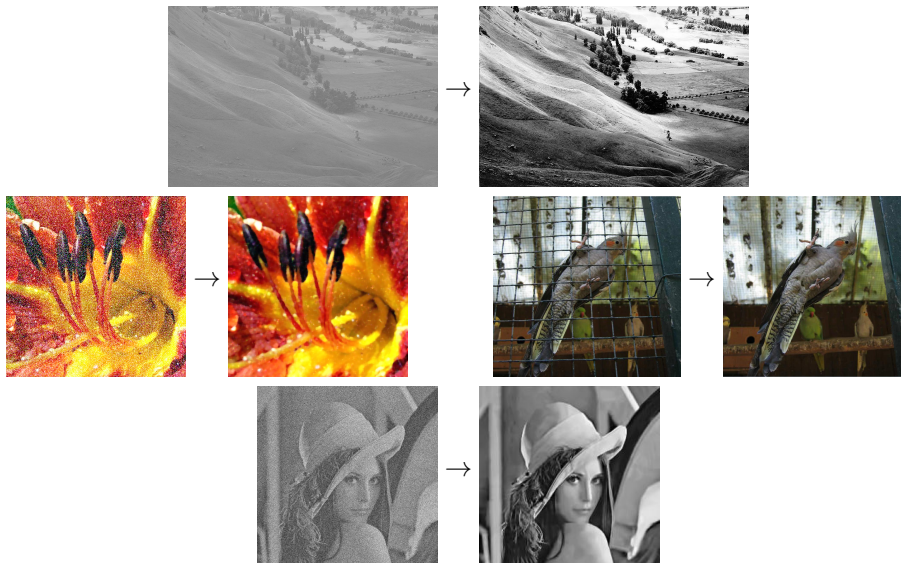
6 / 72

Domaines d'application ...

- Transformations
 - Compression
 - Transformations géométriques
 - Changement de contraste, de couleurs, etc.
 - Débruitage, restauration et rehaussement
 - Édition de contenu
- Analyse "bas niveau"
 - Calcul de mesures globales (statistiques, distributions, contenu fréquentiel)
 - Calcul de mesures locales (dérivées, statistiques locales)
 - Partitionnement en régions "homogènes" (texture, couleur)
 - Extraction de "primitives" (contours, coins, blobs, lignes)

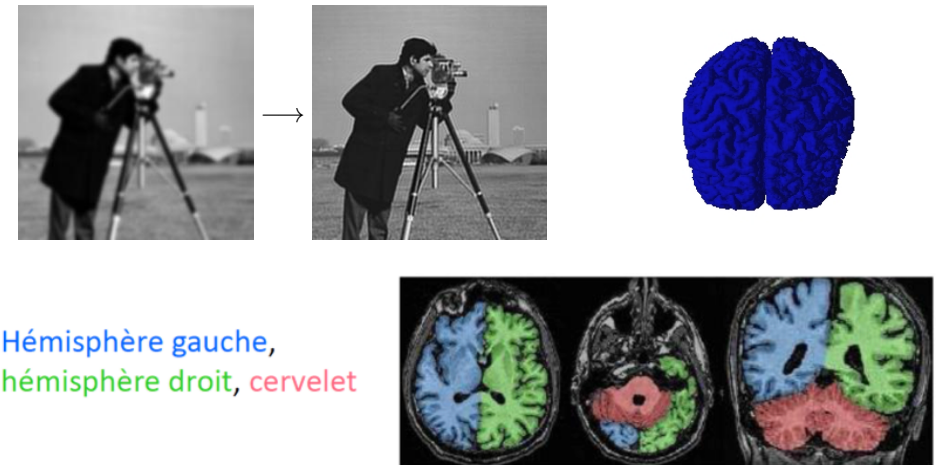
7 / 72

Exemples 1/6



8 / 72

Exemples 2/6



Hémisphère gauche,
hémisphère droit, cervelet

9 / 72

Exemples 3/6



The semi-dense representation
is computed using PMVS of
Furukawa et al. [6].

Geo-Referenced 3D Reconstruction : Fusing Public Geographic Data and Aerial Imagery. M.Maurer, M.Rumpler, A.Wendel, C.Hoppe, A.Irschara, and H.Bischof at the Institute for Computer Graphics and Vision, Graz University of Technology
<http://www.youtube.com/watch?v=vYXhVG7VMY0>

10/72

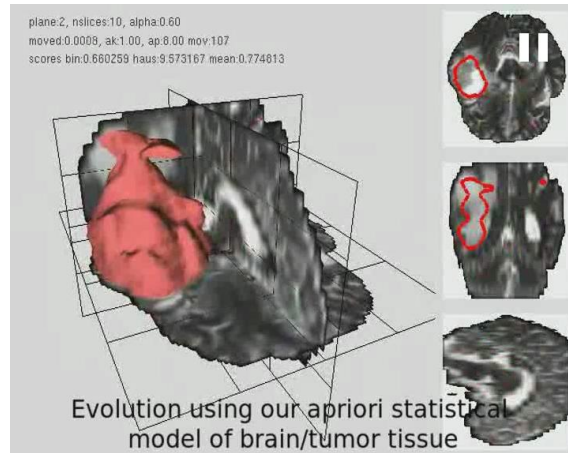
Exemples 4/6



www.mobileye.com

11/72

Exemples 5/6



Evolution using our apriori statistical
model of brain/tumor tissue

2008 : Cobzas, Birkbeck, Schmidt, Jagersand, Murtha A.
3D Variational Brain Tumor Segmentation using a High Dimensional Feature Set

12/72

Exemples 6/6

Demo Tractographie

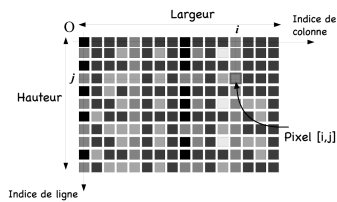


<http://med.inria.fr/>

13/72

Les images numériques

- image = signal bidimensionnel
- image **analogique** : image formée sur la rétine de l'oeil, image obtenue par la photo argentique classique
- image **numérique** : signal numérique composé d'unités élémentaires (pixels) qui représentent chacun une portion de l'image. Caractérisée par :
 - le nombre de **pixels** (largeur, hauteur)
 - étendue des teintes de gris ou des couleurs que peut prendre chaque pixel
→ **dynamique de l'image**.



14/72

Images binaires (noir ou blanc)



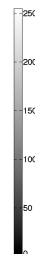
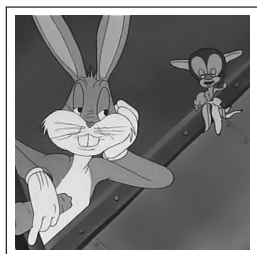
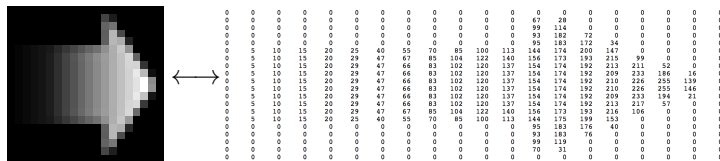
```

%-----
\begin{frame}
\frametitle{Traitement des images : cas particulier du traitement du
\begin{itemize}
\item notion de signal : observation de phénomène.
\item quantités dépendantes du temps, de l'espace ou
\item modélisation sous forme de fonction d'une ou p
\begin{itemize}
\pause
\item 1D : variable  $x$  \rightarrow  $t$ 
\pause
\item 2D : les images, variables  $x, y$ 
\pause
\item 3D : images 3D  $(x, y, z)$ , \rai
\pause
\item 4D : volumes 3D évoluant dans
\end{itemize}
\end{itemize}
\end{frame}
    
```

15/72

Images en niveau de gris

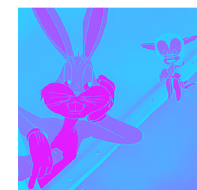
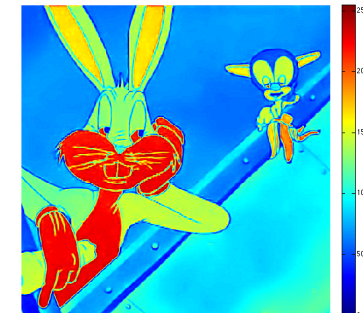
- généralement : à valeurs dans $\{0, \dots, 255\}$
- par convention : 0=noir, 255=blanc



16/72

Images couleurs

- "fausses couleurs"



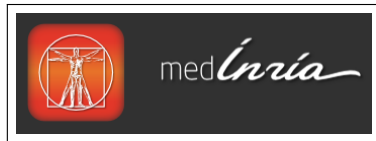
17/72

Images couleurs

- "fausses couleurs" : intérêt → images indexées
 - Si on a N de couleurs distinctes dans l'image et que $N \ll 256^3 = 16777216$
 - Gain de place (en mémoire)

GIMP :

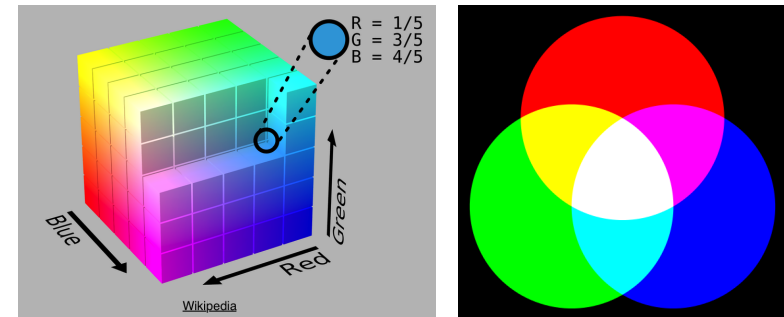
- "fausses couleurs" : peut aussi permettre de mettre en évidence des variations mineures de niveau de gris (images biomédicales, satellitaires)



18/72

Images couleurs

- Bcp plus souvent : espace couleur est basé sur la synthèse additive des couleurs → mélange de 3 composantes
- exemple classique : Red-Green-Blue (RGB) ou Rouge-Vert-Bleu (RVB)
- Images à valeurs dans $\{0, \dots, 255\}^3$



19/72

Images couleurs

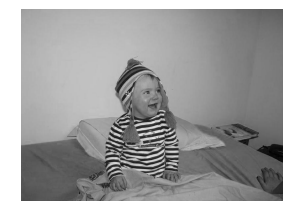
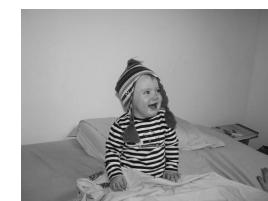
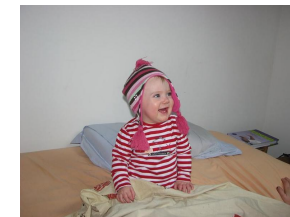


$$\longleftrightarrow \begin{bmatrix} (0, 0, 0) & (128, 0, 0) & (255, 0, 0) \\ (0, 128, 0) & (128, 128, 128) & (255, 128, 0) \\ (0, 255, 0) & (128, 255, 0) & (255, 255, 255) \end{bmatrix}$$

ou encore $\rightarrow \left(\begin{bmatrix} 0 & 128 & 255 \\ 0 & 128 & 255 \\ 0 & 128 & 255 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 128 & 128 & 128 \\ 255 & 255 & 255 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 128 & 0 \\ 0 & 0 & 255 \end{bmatrix} \right)$

20/72

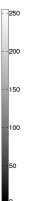
Images couleurs



R

G

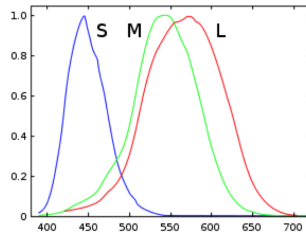
B



21/72

Images couleurs

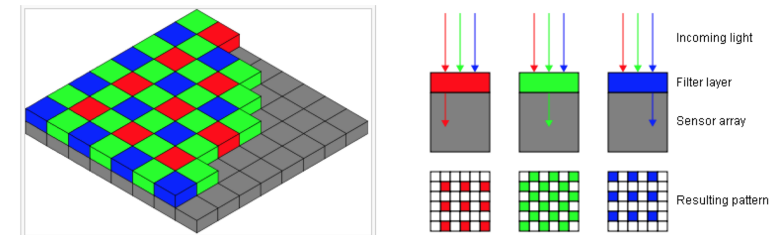
- **Onde lumineuse** : superposition d'une infinité d'ondes pures
- **Système visuel**
 - tout signal lumineux est bien approché, *visuellement*, par une combinaison linéaire de trois primaires
 - Constat empirique (mélange en peinture et imprimerie)
 - Explication anatomique : trois types de cônes sur la rétine sensibles sur trois plages différentes de longueurs d'onde grossièrement associées au rouge, vert et bleu.



22 / 72

Capteur CCD (coupled-charge device)

- grille de photo-senseurs : chacun convertit les photons en courant électrique sur un petit intervalle de temps fixe ; la réponse peut dépendre de la longueur d'onde des photons
- réponses "récoltées" et numérisées (quantifiées sur un nombre fini de valeurs)
- images couleurs : trois types de capteurs, spécialisés sur le vert, le bleu et le rouge (mosaïque de Bayer [Kodak, 1976]) ; interpolation pour avoir autant de pixels que de cellules



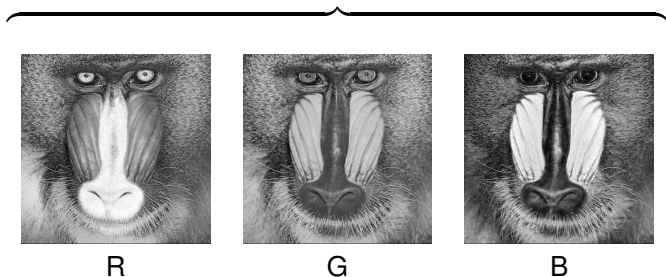
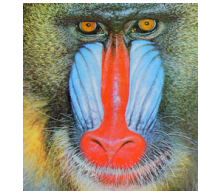
23 / 72

Espaces colorimétriques

- Plusieurs espaces linéaires
 - Red-Green-Blue : RGB
 - Cyan-Yellow-Magenta : CYM (synthèse soustractive)
 - XYZ
- Mais : peu conformes à la perception psycho-visuelle
 - la teinte est une dimension " fermée " (roue des couleurs)
 - distances dans un espace linéaire et dissimilarités perçues ne sont pas en bon accord
- Plusieurs espaces non-linéaires
 - xyY
 - Hue(teinte)-Saturation-Value : HSV
 - Lab

24 / 72

Espaces colorimétriques : RGB



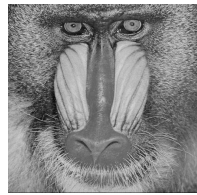
25 / 72

Espaces colorimétriques : Yuv

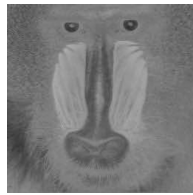


$$\begin{bmatrix} Y \\ U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,299 & 0,587 & 0,114 \\ -0,14713 & -0,28886 & 0,436 \\ 0,615 & -0,51498 & -0,10001 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$

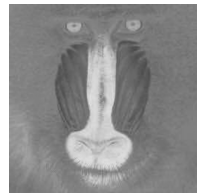
$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1,13983 \\ 1 & -0,39465 & -0,58060 \\ 1 & 2,03211 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y \\ U \\ V \end{bmatrix}$$



Y



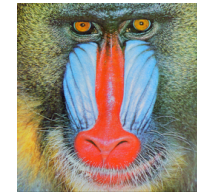
u



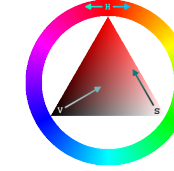
v

26 / 72

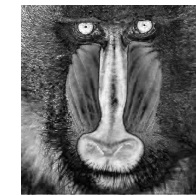
Espaces colorimétriques : HSV (Hue Saturation Value)



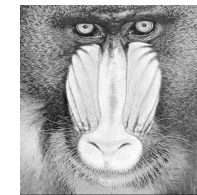
(Transformation non linéaire)



H



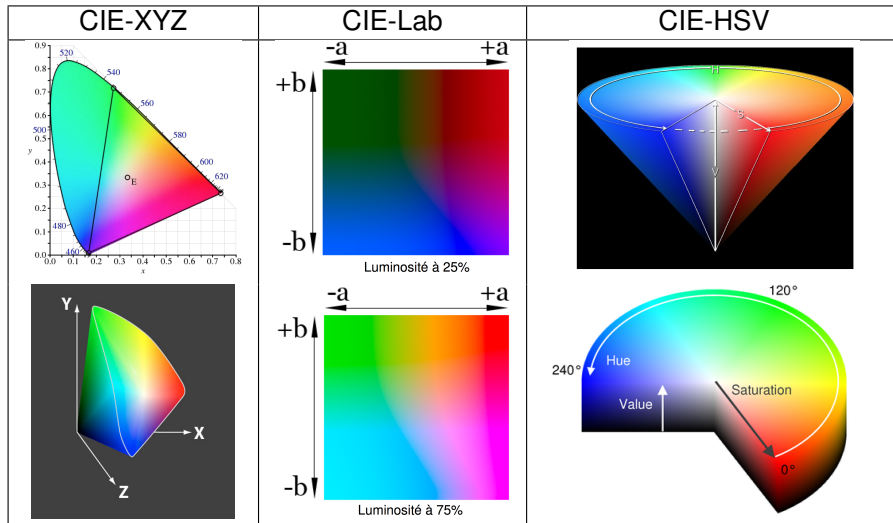
S



V

27 / 72

Espaces colorimétriques



28 / 72

Histogramme d'une image

Définition

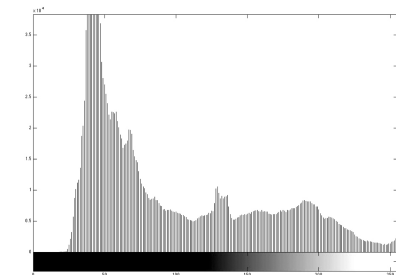
Histogramme d'une image I : fonction discrète qui associe à chaque valeur d'intensité le nombre de pixels prenant cette valeur.

$$h_I : \{0, \dots, 255\} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$n \mapsto \text{Card}\{(x, y) | I(x, y) = n\}$$



I


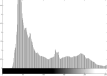



h_I

30 / 72

Histogramme d'une image

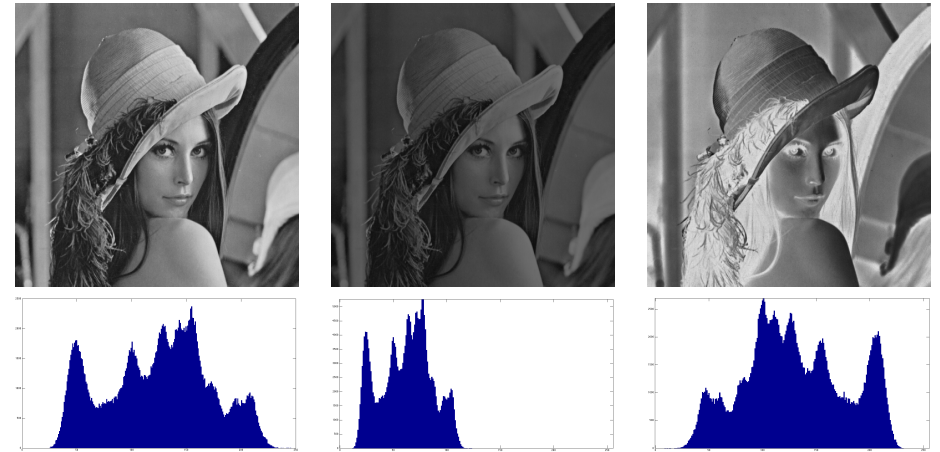
- Si I est de taille $p \times q$ à valeurs dans $\{0, \dots, 255\}$, $\sum_n h_I(n) = p * q$

- Pour $I =$ , on a $h_I =$ . Pour $I =$ , $h_I = ?$ idem

- Deux images différentes peuvent avoir le même histogramme, **ce n'est pas** une caractéristique de l'image

31/72

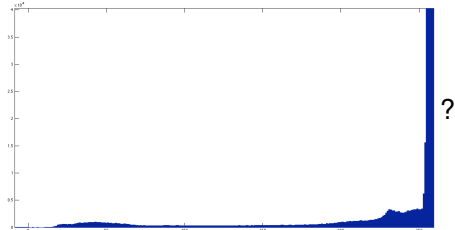
Histogramme d'une image



32/72

Histogramme d'une image

- Que peut-on dire d'une photo ayant pour histogramme



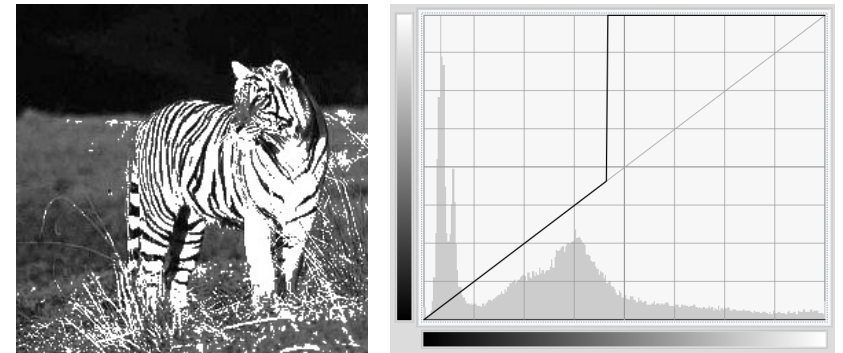
- Il s'agit d'une image **sur-exposée**



33/72

Histogramme d'une image

- Utile pour changer le contraste d'une image.
- On construit une image J ainsi : $J(x, y) = \phi(I(x, y))$, avec ϕ fonction croissante
- Édition manuelle, exple : avec GIMP



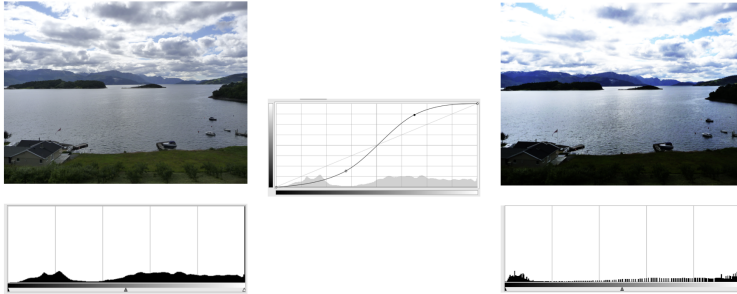
34/72

Histogramme d'une image

- Renforcement du contraste

Idée :

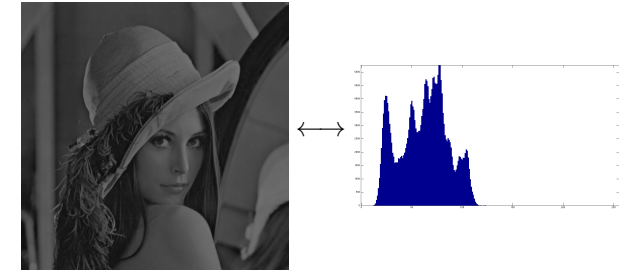
- ▶ pixel $< s$ → plus sombres
- ▶ pixel $> s$ → plus clairs



35/72

Normalisation/étirement d'histogrammes

- Si l'image I n'utilise pas l'ensemble de la dynamique possible :



- On peut "étirer" l'histogramme. On cherche ϕ linéaire et croissante telle que

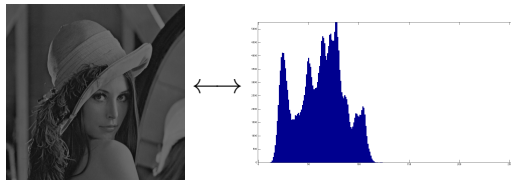
$$\min(\phi(I(x,y))) \rightarrow 0 \quad \text{et} \quad \max(\phi(I(x,y))) \rightarrow 255 \quad (\text{par exemple})$$

- $$\phi(a) = 255 \frac{a - \min(I)}{\max(I) - \min(I)}$$

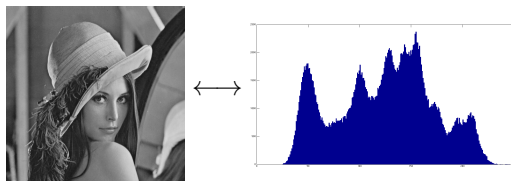
36/72

Normalisation/étirement d'histogrammes

- Image originale



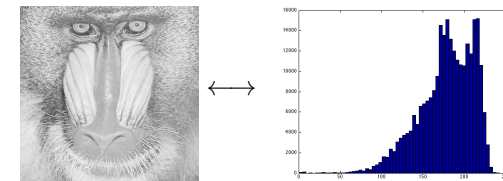
- Image "normalisée"



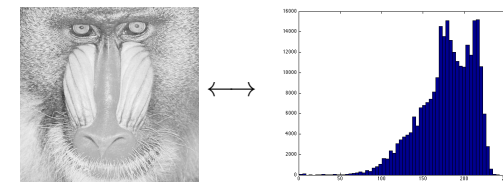
37/72

Normalisation/étirement d'histogrammes

- Image originale



- Image "normalisée"

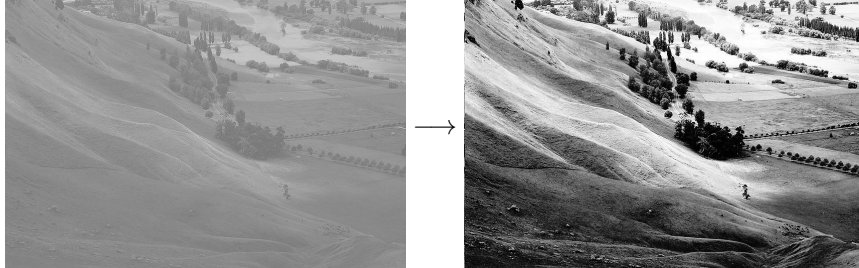


- Dans le cas où l'histogramme initial occupe déjà toute la plage de dynamique, **aucun changement n'est visible**.

38/72

Égalisation d'histogramme

- ajustement automatique du contraste
- but : "étaier" les valeurs de l'image pour mieux répartir sur l'ensemble des valeurs possibles
- Exemple (wikipédia)



39 / 72

Égalisation d'histogramme

Principes de l'algorithme

- x : image à valeurs dans $\{0, \dots, L - 1\}$
- intensités des pixels (x_k) : vues comme des variables aléatoires dans $[0, L - 1]$ (continues)
- $p_x(X = x_k)$: densité de probabilité
- Quelle transformation T doit on appliquer à x pour que p_s , la densité de probabilité associée à l'image $s = T(x)$, soit uniforme ?
- On peut montrer qu'il faut prendre

$$T(x_k) = (L - 1) \int_0^{x_k} p_x(w) dw \quad \rightarrow \text{Fonction de répartition de } X$$

- En pratique : histogrammes discrets. Impossible d'obtenir un histogramme plat mais on suit la même idée $T(x_k) = \frac{(L - 1)}{n} \sum_{j=0}^k n_j$

40 / 72

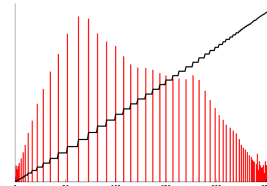
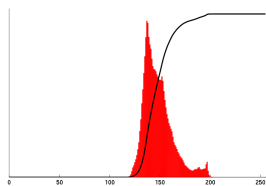
Égalisation d'histogramme

Résultats :

avant



après



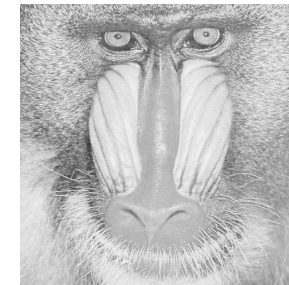
histogramme (rouge) et histogramme cumulé (noir)

41 / 72

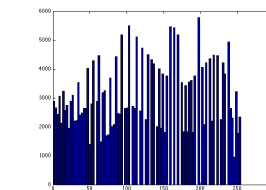
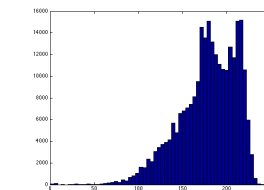
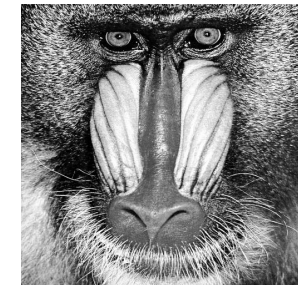
Égalisation d'histogramme

Résultats :

avant



après



42 / 72

Réduction du nombre de couleurs (quantification)

But

Compression ou adaptation au système d'affichage



24 bits par pixel (bpp)
16 millions de couleurs

44/72

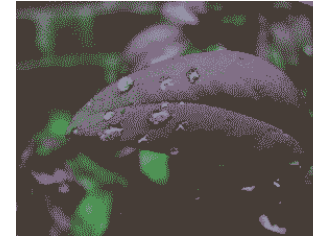
Réduction du nombre de couleurs (quantification)



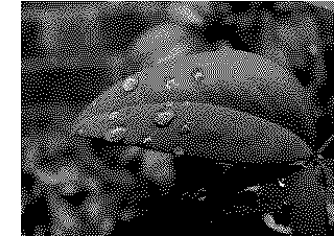
8 bpp (256 couleurs)



4 bpp (16 couleurs)



2 bpp (4 couleurs)



1 bpp (2 couleurs)

45/72

Réduction du nombre de couleurs (quantification)

Réduction n.d.g. → images binaires

- Utilité de la binarisation : imprimantes, fax
- Binarisation par seuillage



Figure 1: Original image



Figure 2: Average dithering

46/72

Réduction du nombre de couleurs (quantification)

Réduction n.d.g. → images binaires

- Binarisation par tramage

Principe : utiliser un ensemble (cluster) de pixels pour représenter l'intensité
→exploite l'intégration spatiale de l'oeil
→utilisé par les imprimantes

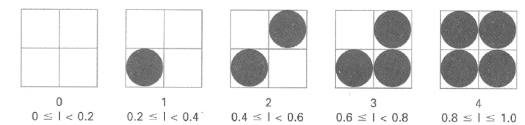


Figure 3: Original image



Figure 4: Ordered dithering



Figure 5: Random dithering

47/72

Réduction du nombre de couleurs (quantification)

Réduction n.d.g. → images binaires

- Binarisation par propagation de l'erreur (Floyd-Steinberg)

Principe : diffusion de l'erreur de quantification d'un pixel à ses voisins

$$I_{ndg} = I_b + \text{erreur} \Rightarrow \text{erreur} = I_{ndg}(i,j) - I_b(i,j)$$

	(i,j) erreur	$\frac{7}{16}$ erreur
$\frac{3}{16}$ erreur	$\frac{5}{16}$ erreur	$\frac{1}{16}$ erreur



Figure 6: Original image Figure 7: Floyd-Steinberg dithering

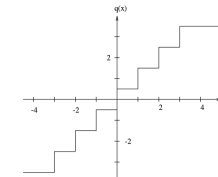
plus

DEMO MATLAB

Réduction du nombre de couleurs (quantification)

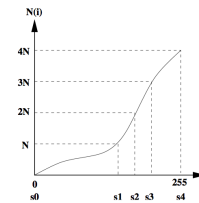
Réduction n.d.g. → n.d.g.

- Quantification scalaire uniforme :



Wikipedia

- Quantification scalaire non uniforme : on peut souhaiter que chaque classe soit utilisée par le même nombre de pixels

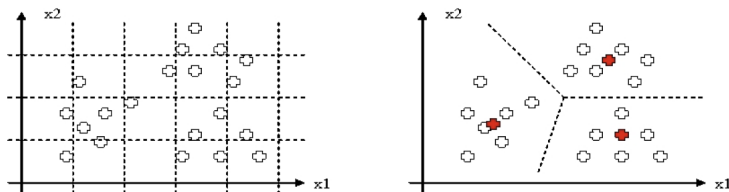


en utilisant l'histogramme cumulé

Réduction du nombre de couleurs (quantification)

Réduction RGB → RGB

- On peut appliquer une quantification scalaire sur chaque composante (R, G et B) séparément → pas optimal
- Optimal au sens de l'erreur quadratique moyenne : appliquer les k-means dans \mathbb{R}^3 . On cherche des représentants de chaque classe directement dans RGB.



demo

Transformations géométriques

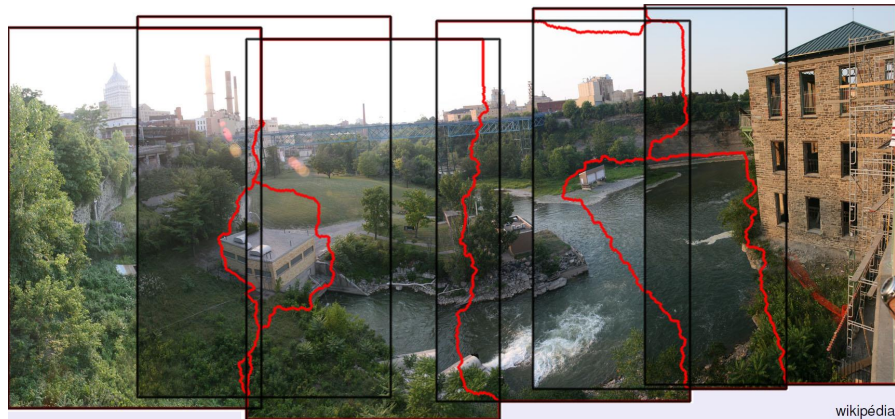
But

Déformer une image (sans modifier ses valeurs)

- Retouche d'images
- Création de panoramas
- Recalage d'images (déformer une image I pour qu'elle se "superpose" sur une image J)

Exemples d'applications 1/3

- Création de panoramas



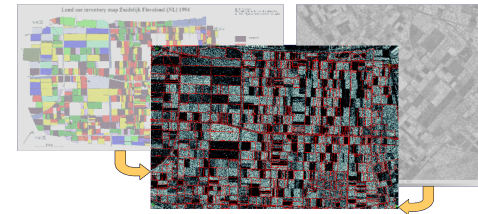
52/72

Exemples d'applications 2/3

- Images satellitaires



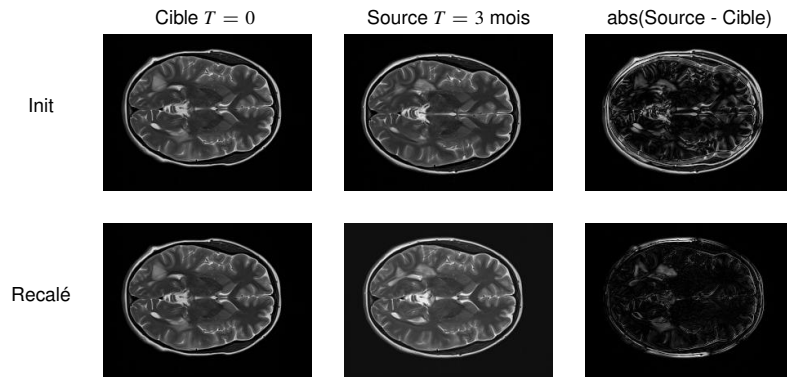
- Télédétection : Carte de végétation et image satellitaire



53/72

Exemples d'applications 3/3

- Recalage d'images (indispensable en traitement des images médicales)

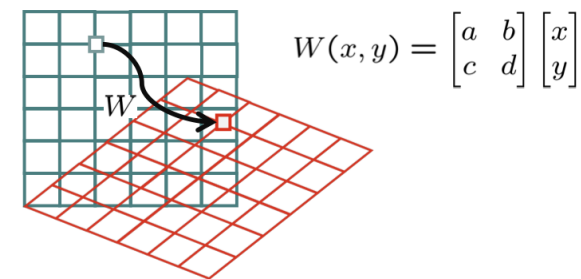


évolution de lésions (images IRM-T2 d'un patient atteint de sclérose en plaques à quelques mois d'intervalle)

54/72

Transformations géométriques

- Transformation affine (paramétrique de faible degré)



55/72

Transformations géométriques

- Transformation rigide (rotation, translation)



56 / 72

Transformations géométriques

- Transformation affine (paramétrique de faible degré)



57 / 72

Transformations géométriques

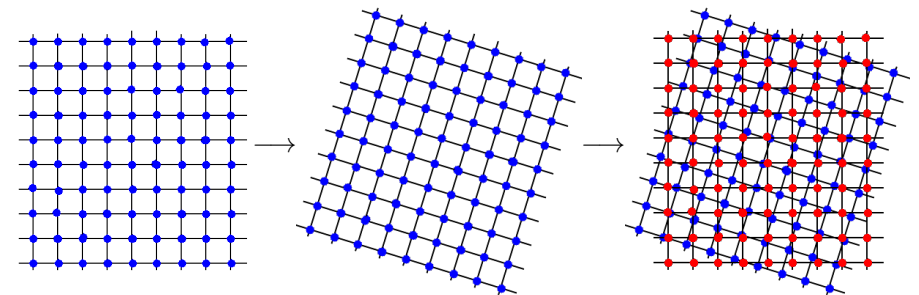
- Transformation non-linéaire (paramétrique de degré élevé)



58 / 72

Transformations géométriques

- $W(x, y)$ n'est généralement pas à coordonnées entières

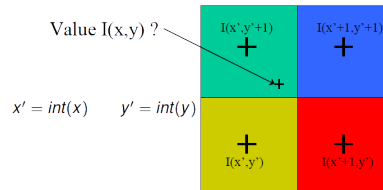


Interpolation d'intensités

Attribuer une intensité *raisonnable* à une position physique tombant entre des positions où l'intensité est connue (donc une position à coordonnées non entières)

59 / 72

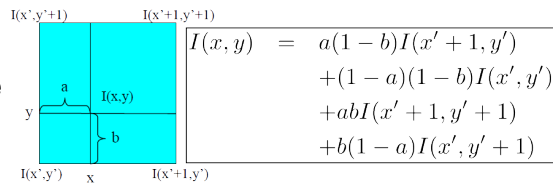
Interpolation d'intensités



Deux approches "basiques"

- interpolation au plus proche voisins : $I(x, y) = I(\text{round}(x), \text{round}(y))$

- interpolation bi-linéaire



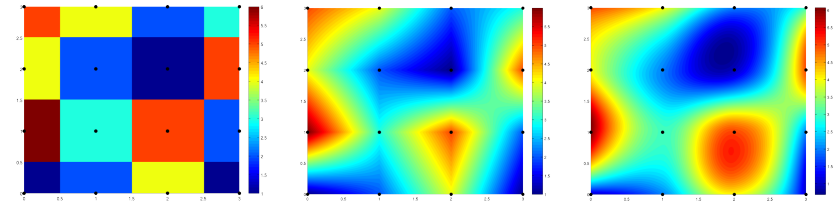
Demo Gimp

60/72

Interpolation d'intensités

Approches plus sophistiquées

- On cherche une fonction "simple" qui passe par les différents points connus, et on regarde la valeur de cette fonction au point qui nous intéresse
- fonctions possibles :
 - Bicubique (spline) : $I(x, y) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 a_{ij}x^i y^j$



Plus proche voisin

Bilinéaire

Bicubique

http://en.wikipedia.org/wiki/Bicubic_interpolation

- basée sur $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x} \rightarrow \text{Lanczos3}$

61/72

Transformations locales

Transformation locales

Remplacer l'intensité en un pixel par une fonction de son intensité et de celle de ses voisins

$$\forall(x, y), J(x, y) = f[I(x', y'), (x', y') \in V(x, y)]$$

- **Filtrage linéaire** : la fonction est une combinaison linéaire avec des poids dépendants de la position du voisin relativement au pixel central

$$J = H * I, \quad J(x, y) = \sum_{(u,v) \in V(x,y)} H(x-u, y-v) I(u, v)$$

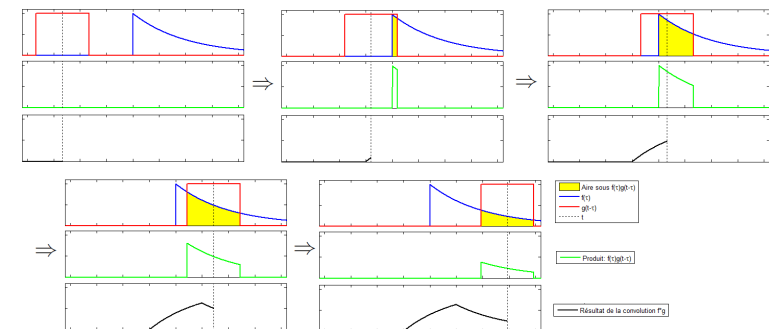
- \rightarrow **Convolution discrète** par le filtre de noyau H et de support fini V de taille $(2k+1) \times (2k+1)$, souvent normalisé : $\sum_{u=-k}^k \sum_{v=-k}^k |H(u, v)| = 1$

62/72

Aparté : convolution

Produit de convolution de 2 fonctions

$$(f * g)(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x-t) \cdot g(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot g(x-t) dt,$$



DEMO MATLAB

63/72

Transformations locales

- **Filtre moyenneur**, on veut remplacer chaque valeur par la moyenne des valeurs des pixels autour du pixel initial

$$H(u, v) = \frac{1}{(2k + 1)^2} \quad \text{exemple : } \begin{bmatrix} \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \end{bmatrix}$$



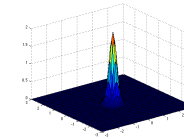
$k = 5$

64/72

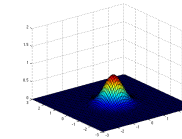
Transformations locales

- **Filtre gaussien**

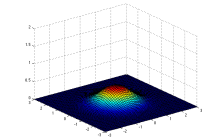
- Gaussienne 2D : $G_\sigma(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$ et on a $\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_\sigma(x, y) dx dy = 1$



$\sigma = 0.2$



$\sigma = 0.5$



$\sigma = 0.8$

- Filtre discret à support borné (dont la taille dépend en général de l'écart type de la gaussienne)

$$u = -k, \dots, k, \quad v = -k, \dots, k, \quad H(u, v) = G_\sigma(u, v)$$

- Un outil **primordial**

65/72

Aparté : convolution avec une gaussienne

- → généralise la notion de "moyenne glissante"

DEMO MATLAB

- Convolution avec une Gaussienne 2D

$$I_\sigma(x, y) = I(x, y) * G_\sigma(x, y) = \int_{\Omega} G_\sigma(x - a, y - b) \cdot I(a, b) da db$$

- Exemple



I

I_{10}

I_{25}

66/72

Transformations locales

- **Filtre moyenneur**



$k = 5$

- **Filtre gaussien**

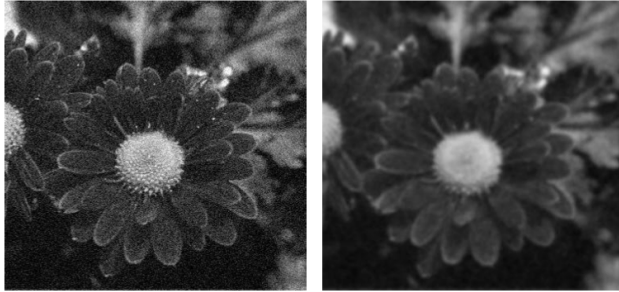


$k = 5, \sigma = 2$

67/72

Lissage, "débruitage"

- Filtres moyenneurs et gaussiens *lissent* l'image
 - peuvent enlever du bruit (ponctuel, "grains")
 - mais au prix d'une perte de détails → flou



68/72

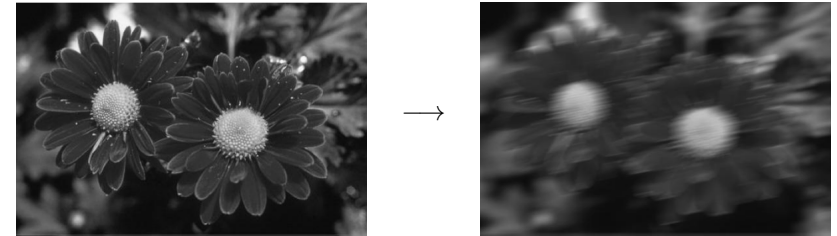
Flou de bougé

- lissage anisotrope

- Exemple de noyau



- Effet de la convolution par ce noyau



69/72

Filtrage non linéaire

Filtre médian

On remplace la valeur du pixel par la **médiane** des valeurs voisines

- Non linéaire : $\text{médiane}\{x + y\} \neq \text{médiane}\{x\} + \text{médiane}\{y\}$
 - $x = (1, 1, 3), y = (1, 2, 0) \rightarrow \begin{cases} \text{médiane}\{x\} = 1 \\ \text{médiane}\{y\} = 1 \\ \text{médiane}\{x + y\} = 3 \end{cases}$

- Application du filtre médian sur

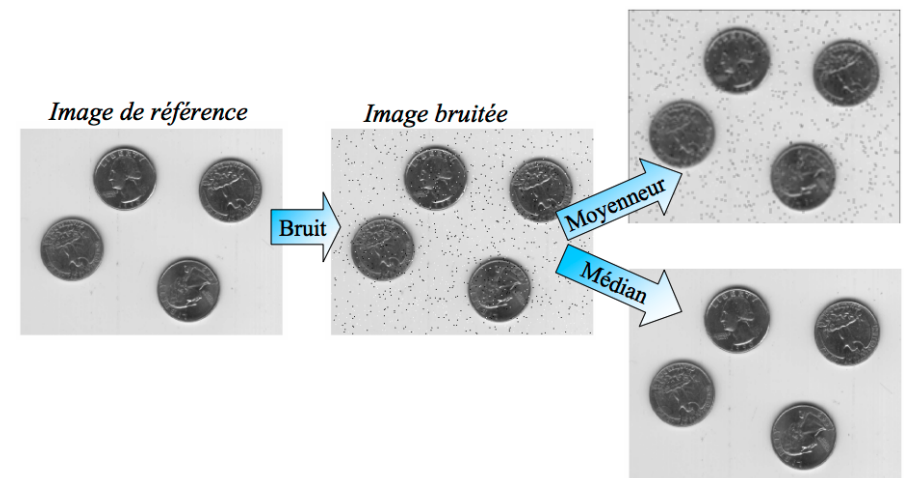
91	55	90
77	68	95
115	151	210

- On trie les valeurs voisines (centre inclus) :
(55, 68, 77, 90, 91, 95, 115, 151, 210) → valeur médiane = 91

70/72

Filtrage non linéaire

- Filtre médian : approprié pour réduire le bruit impulsionnel



71/72

Filtrage non linéaire

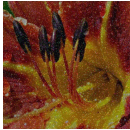
- Filtre médian : effet de la taille k du noyau considéré



image bruitée



Filtre médian avec $k = 9$



$k = 3$



$k = 5$



$k = 7$



$k = 9$



$k = 13$



$k = 17$