

Méthodes numériques

Partiel du 6 avril 2001

Durée 2h

Documents autorisés

Calculatrices interdites

I

On exécute les instructions SCILAB suivantes :

```
u=1:5
v=u
v([2,4])=0
A=u*v'
B=u'*v
Z=zeros(2,2)
U=ones(2,2)
C=[U,Z,Z;Z,U,Z;Z,Z,U]
D=1:2:11
E=D; E=E([4:6,1:3])
F=D; F([2,4,6])=F([1,3,5])
G=D; for i=1:5, G(i)=G(i)+G(i+1);end
H=D; for i=5:-1:1, H(i)=H(i)+H(i+1);end
K=D; K(1:5)=K(1:5)+K(2:6);
```

Donner les valeurs de u, v, A, B, C, D, E, F, G, H et K.

II

On considère l'équation du second degré suivante : $x^2 - 80x + 1$.

1. Calculer les deux racines par les formules habituelles

- a) en utilisant Scilab qui donne $\text{sqrt}(6396) = 79.974996$ à $0.5 \cdot 10^{-6}$ près
ou $\text{sqrt}(1599) = 39.987498$ à $0.5 \cdot 10^{-6}$ près

- b) en utilisant une machine fictive travaillant avec 6 chiffres significatifs en base 10
c) en utilisant une machine fictive travaillant avec 5 chiffres significatifs en base 10
d) en utilisant une machine fictive travaillant avec 4 chiffres significatifs en base 10
e) en utilisant une machine fictive travaillant avec 3 chiffres significatifs en base 10

Que pensez-vous de ces résultats ?

2. Donner une façon d'organiser les calculs qui donnent de meilleurs résultats quel que soit le nombre de chiffres significatifs.

III

Soient $A = \begin{bmatrix} 9 & 9 & 6 \\ 9 & 13 & 8 \\ 6 & 8 & 6 \end{bmatrix}$ et $B = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix}$

1. Effectuer une décomposition LU de la matrice A.
2. Utiliser cette décomposition pour résoudre le système $A X = B$
3. Donner une décomposition de Cholesky pour cette même matrice A.
4. L'utiliser pour résoudre de nouveau le système $A X = B$

IV

Calculer l'inverse de la matrice $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ par la méthode de Gauss-Jordan avec pivot maximal. On appliquera l'algorithme vu en cours utilisant en mémoire une seule matrice 3×3 .

V

On suppose que A et B sont deux matrices carrées d'ordre n.
On considère le programme SCILAB suivant :

```
for i=1:n,  
  for j=1:i,  
    C(i,j)=0;  
    for k=j:i,  
      C(i,j)=C(i,j)+A(i,k)*B(k,j);  
    end,  
  end,  
end,
```

1. Que fait-il ?
2. Calculer sa complexité en fonction de n.
3. Remplacer la boucle sur k par une seule instruction SCILAB ayant le même effet.