

Méthodes numériques 2003/2004
Dominique Pastre

Exercices chapitre 4

Sommes de séries - Graphique

1. Ecrire des programmes Scilab calculant des sommes de séries. Application : calcul de e et calcul de π en utilisant les deux séries mentionnées en cours. Comparer les vitesses de convergence.
2. Tracer graphiquement avec SCILAB le graphe des fonctions $\sin x$, $x \sin x$, et $\frac{\sin x}{x}$.
3. Tracer graphiquement avec SCILAB le graphe de u_n et S_n en fonction de n pour les séries de l'exercice 1.
4. La série de terme général u_n défini par la suite récurrente $u_n = \frac{n}{2n+1}u_{n-1}$ avec $u_0 = 1$ converge vers $\frac{\pi}{2}$. En calculer une valeur approchée avec une machine fictive travaillant avec 4 chiffres significatifs et arrondi en base 10. On donnera toutes les valeurs de u_n et de la somme S_n telles qu'elles seraient données par cette machine jusqu'à ce que la suite des valeurs calculées de S_n soit stationnaire.
5. Evaluer l'erreur de méthode et l'erreur de calcul
6. Même exercice en calculant $S_n - 1$
7. On sait que $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$ et que $9 < \pi^2 < 10$. Montrer que l'on peut faire un calcul avec $p+1$ chiffres significatifs avec une machine travaillant avec p chiffres (en base 10). Supposant que l'on calcule jusqu'à ce que la somme soit stationnaire, donner le nombre de termes à calculer et évaluer l'erreur de calcul et l'erreur de méthode.
8. Améliorer les résultats précédents en considérant la suite $S'_n = S_n + \frac{1}{n+1}$. Evaluer le nombre optimal de termes à calculer pour minimiser l'erreur totale (erreur de calcul + erreur de méthode).