Université René Descartes - Paris5 licence de mathématiques
UFR de mathématiques et informatique licence MASS

Méthodes numériques 2003/2004
Dominique Pastre

Exercices chapitre 1 Gauss et complexité

1. Résoudre les systèmes linéaires suivants par la méthode de Gauss, sans et avec recherche du pivot maximal :

$$\left| \begin{array}{l} 3x - y - z = 2 \\ -x - y + 3z = 6 \\ -x + 3y - z = -2 \end{array} \right. \qquad \left| \begin{array}{l} x + 4y + 2z + 2t = 5 \\ x + y + 2z + 4t = 9 \\ 2x + 5y + 2z + 8t = 16 \\ x + y + z + t = 2 \end{array} \right.$$

   Donner les valeurs des déterminants des matrices associés.

2. Idem avec $\left| \begin{array}{l} 10^{-i}x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{array} \right.$

   Effectuer les calculs
   - en valeur exacte pour i quelconque
   - en valeur approchée avec 4 chiffres significatifs et arrondi pour $i = 3$, $i = 4$ et $i = 5$.
   - avec Scilab pour $i = 7$, $i = 12$, $i = 14$, $i = 15$, $i = 16$

3. Idem avec $\left| \begin{array}{l} 10x - y = 2 \\ 334y + 10z = 2 \\ 2x + 100y + 3z = 1 \end{array} \right. \qquad \left| \begin{array}{l} 10x - y = 2 \\ 3334y + 10z = 2 \\ 2x + 1000y + 3z = 1 \end{array} \right.$

   Effectuer les calculs en valeur exacte, en valeur approchée avec 3 chiffres significatifs, avec 4 chiffres significatifs, avec Scilab.

4. Ecrire un algorithme de multiplication de matrices. Quelle est sa complexité ?

   Même question avec des matrices triangulaires inférieures, avec deux matrices triangulaires l'une inférieure et l'autre supérieure, avec deux matrices diagonales.

5. Calculer la complexité d'un algorithme de calcul d'un déterminant par la formule récursive

$$d\acute{e}t(A) = \sum_{i=1}^{n} (-1)^{i+j}\, a_{ij}\, d\acute{e}t(B(i,j))$$

   où $B(i,j)$ est la sous-matrice obtenue en supprimant de A la $i^{\grave{e}me}$ ligne et la $j^{\grave{e}me}$ colonne

   Aide : soit N_n le nombre d'opérations nécessaires pour un déterminant d'ordre n; on cherchera d'abord une relation de récurrence entre N_n et N_{n-1}.

6. Ecrire un programme Scilab qui applique les formules obtenues avec les matrices de Frobenius.
   (Attention: il s'agit d'un exercice théorique, ce n'est pas comme cela que l'on doit programmer effectivement la résolution des systèmes linéaires ! Pourquoi ?)