

Méthodes numériques 2003/2004

Dominique Pastre

Exercices chapitre 3

Décompositions LU

1. Programmer la décomposition LU en SCILAB. (On pourra s'inspirer du programme déjà vu `gauss1`)
2. Décompositions LU, si possible, ou PLU, des matrices suivantes :

$$\begin{bmatrix} 9 & 9 & 6 \\ 9 & 13 & 8 \\ 6 & 8 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 9 & 6 \\ 9 & 9 & 8 \\ 6 & 5 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 9 & 6 \\ 9 & 9 & 8 \\ 6 & 6 & 6 \end{bmatrix} \text{ et } \begin{bmatrix} 0 & 9 & 6 \\ 0 & 9 & 8 \\ 0 & 6 & 6 \end{bmatrix}$$

- (a) par la méthode de Gauss (`gauss1` + variante)
 - (b) par un calcul direct
3. Calculer la complexité de
 - (a) la résolution d'un système triangulaire.
 - (b) la résolution d'un système quelconque par une décomposition LU et la résolution de deux systèmes triangulaires.
Comparer avec la résolution classique.
 4. On modifie l'algorithme de décomposition LU de la façon suivante.
(exercice III - partiel 2002)
A l'étape k , on ne divise pas la ligne du pivot par a_{kk} , mais, à la place, on divise la colonne k , de $k+1$ à n , par a_{kk} . On définit les matrices L et U de la même façon, excepté que c'est la diagonale de U qui reçoit la diagonale de la matrice A finale, et c'est la diagonale de L qui est composée de 1.
 - (a) Appliquer ce nouvel algorithme à la première matrice de l'exercice 2.
 - (b) Programmer les modifications en SCILAB.
 - (c) Montrer que les matrices L et U ainsi obtenues vérifient encore l'égalité $LU = A$.
 - (d) Est-ce que le résultat obtenu contredit la propriété d'unicité de la décomposition LU ?