

Méthodes numériques

Examen du 2 septembre 2003

Durée 3h

Autorisés : documents distribués, notes personnelles de cours, calculettes prêtées

Interdits : téléphones portables, calculettes personnelles

I

SCILAB exécute les instructions suivantes. Donner l'affichage obtenu à l'écran.

```
n=9 ; p=(n+1)/2 ;  
a=diag(ones(1,n)) ;  
a=a(n:-1:1,:) ;  
a=a+eye(n,n)*2 ;  
a(:,p)=ones(n,1)*3 ;  
a(p,:)=ones(1,n)*4  
for i=1:p-1,a([i,p,n-i+1],[i,p,n-i+1])=ones(3,3)*i;end,a
```

Attention : vous avez **deux** matrices à écrire sur votre copie, toute écriture supplémentaire sera pénalisée.

II

Calculer les racines de l'équation

$$x^2 + 5x - 11 = 0$$

en utilisant une machine fictive travaillant avec 4 chiffres significatifs et arrondi en base 10.

Encadrer les valeurs exactes.

III

Calculer l'inverse de la matrice $\begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -3 \\ 3 & 4 & -2 \end{bmatrix}$ par la méthode de Gauss-Jordan. On appliquera l'algorithme vu

en cours, avec pivot maximal, utilisant en mémoire une seule matrice 3×3 .

On indiquera sur la copie à chaque étape la valeur du pivot, les combinaisons ou échanges de lignes ou colonnes effectués et la valeur de la matrice **uniquement** à l'issue de l'étape. (étape s'entend dans le sens donné en cours, c'est-à-dire la recherche d'un pivot et le traitement correspondant).

IV

On rappelle le développement en série de la fonction $\text{Arcsin } x$

$$\text{Arcsin } x = x + \frac{1}{2} \frac{x^3}{3} + \frac{1.3}{2.4} \frac{x^5}{5} + \frac{1.3.5}{2.4.6} \frac{x^7}{7} + \dots + \frac{1.3.5 \dots (2p-1)}{2.4.6 \dots 2p} \frac{x^{2p+1}}{2p+1} + \dots$$

1. Etablir une relation de récurrence entre deux termes successifs de cette série.

2. Ecrire un programme SCILAB qui calcule la somme des N premiers termes pour un x donné.

3. On a $\text{Arcsin } \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$. En déduire une valeur approchée de π en faisant les calculs avec la calculette fournie.

On donnera les valeurs successives obtenues pour le terme général et la somme partielle de cette série, ainsi que la valeur approchée de π .

4. Encadrer la valeur exacte de π ainsi obtenue.

Attention : la calculette fournie ne fait pas d'arrondis mais des troncatures (exemple, elle donne la valeur 1.6666666 pour $5/3$), on en tiendra évidemment compte dans l'évaluation de l'erreur de calcul.