Diagrammes dans une catégorie monoïdale.

Certaines propriétés d'objets mathématiques qu'ils soient de nature algébrique ou topologique s'expriment très bien avec des flèches. Par exemple, les notions de produits ou de structures libres sur un ensemble peuvent s'exprimer à l'aide de flèches universelles. On dessine des graphes (au moins un) et on considère des diagrammes. Un diagramme est un morphisme de graphes. A tout graphe, on peut associer son graphe des chemins et si on dispose d'une composition sur un graphe, on peut parler de diagramme commutatif.

Une catégorie est un graphe muni d'une composition et pour tout objet d'un morphisme identité. La composition est associative et les identités sont des neutres pour la composition. On peut déjà exprimer ces propriétés avec deux petits diagrammes.

Une catégorie monoïdale stricte est une catégorie pour laquelle on a un produit associatif et possédant un objet neutre. Une catégorie monoïdale possède un produit qui est associatif et possède un objet neutre seulement à travers des isomorphismes qui font partie intégrante de la structure monoïdale. Ces isomorphismes (naturels) donnent lieu à un diagramme pentagonal et un triangulaire tous les deux commutatifs.

En fait, "tous les diagrammes" impliquant les isomorphismes d'associativité et les isomorphismes de simplification du neutre commutent.

Le but de l'exposé est de préciser ce "tous les diagrammes" et de démontrer cette commutativité dans toute catégorie monoïdale.