Machines thermiques - TD n°3

Professeur : Alain Ponton \ Tuteur : Martin Rieu

14 décembre 2017

Rappel sur les conventions de signes. A lire avant de faire le TD.

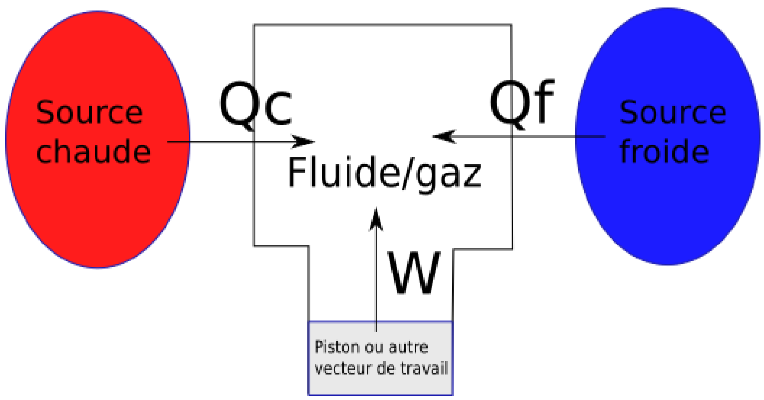


Figure 1: Définition usuelle des sens conventionnels pour la chaleur et le travail

De manière usuelle, les chaleurs et travaux sont pris positifs quand ils vont vers **le gaz de la machine thermique** (cf. schéma ci-dessus). Cela veut dire que, quand $Q_c > 0$, de la chaleur va de la source chaude vers le gaz, et que, quand $Q_c < 0$, de la chaleur va du gaz vers la source chaude.

Attention ! Il est important de se rappeler que toutes **les formules du cours contenant W ou Q ne sont valables que dans cette convention**. Ainsi, la première loi ($\Delta U_{sys} = W_{sys} + Q_{sys}$), le calcul de la variation d'entropie ($dS_{sys} = \frac{\delta Q_{sys}}{T_{sys}}$) sont formulés avec la convention que W et Q sont entrants dans le système.

Dans le TD suivant, **il faudra bien faire attention à cela** car nous ferons aussi des bilans d'énergie sur les sources chaudes et froides, et non plus seulement, comme nous en avions l'habitude, sur le fluide de la machine thermique. Ainsi, le premier principe sur la source froide s'écrit :

$\Delta U_{SF} = W_{\to SF} + Q_{\to SF}$. Les petites flèches veulent dire "entrant dans". Or, Q_f (cf.schéma) sort de la source froide, donc $Q_{\to SF} = -Q_f$

Donc, puisque les sources n'échangent **ici** que de la chaleur (pas de travail par hypothèse $W_{\to SF} = W_{\to SC} = 0$), les premiers principes sur les différentes parties du système s'écrivent :

- gaz : $\Delta U_{gaz} = W + Q_c + Q_f$
- source froide : $\Delta U_{SF} = Q_{\to SF} = -Q_f$
- source chaude : $\Delta U_{SC} = Q_{\to SC} = -Q_c$

De la même manière, la variation d'entropie de chacune des parties du système s'écrit :

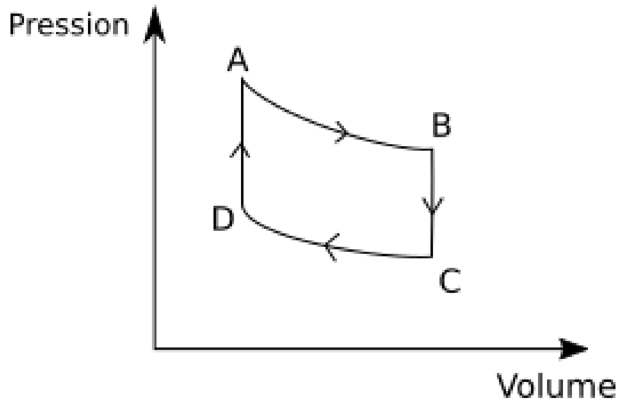
- fluide/gaz : $dS_{gaz} = \frac{\delta Q_{\to gaz}}{T_{gaz}} = \frac{\delta Q_c + \delta Q_f}{T_{gaz}}$
- Source chaude : $dS_{SC} = \frac{\delta Q_{\to SC}}{T_{SC}} = \frac{-\delta Q_c}{T_{SC}}$
- Source froide : $dS_{SF} = \frac{\delta Q_{\to SF}}{T_{SF}} = \frac{-\delta Q_f}{T_{SF}}$

Faites donc très attention !

Entropie

On considère un cycle moteur ABCD, constitué de deux transformations isochores, l'échauffement DA et et le refroidissement BC, et de deux transformations adiabatiques AB et CD. $T_A = 900K$, $T_B = 300K$, $T_C = 200K$.

1. Dessiner le diagramme de Clapeyron.



2. Calculer T_D

   - Transcrivons les informations que nous donne l'énoncé :
     - DA isochore : $V_D = V_A$
     - BC isochore : $V_C = V_B$
     - AB adiabatique : relation de Laplace. L'énoncé donne des informations sur les volumes et on cherche une température. Le plus judicieux est donc d'écrire la relation de Laplace en variables T-V :

$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$$

     - CD adiabatique : de même $T_C V_C^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1}$
     - On a donc : $\frac{T_C}{T_D} = (\frac{V_D}{V_C})^{\gamma-1} = (\frac{V_A}{V_B})^{\gamma-1} = \frac{T_B}{T_A}$
     - On en déduit : $T_D = T_C \frac{T_A}{T_B} = 600K$

3. Calculer Q_{DA} et Q_{BC} en fonction de $n, c_V, T_A, T_D, T_B, T_C$

   - DA est isochore. Donc $Q_{DA} = \Delta U_{DA} = nc_V(T_A - T_D)$
   - De même $Q_{BC} = \Delta U_{BC} = nc_V(T_C - T_B)$

4. Exprimer la variation d'entropie du gaz sur DA et sur BC en fonction des températures, de $n$et de c_V. Comme toujours, on notera δQ la chaleur entrante dans le gaz.

   - $\Delta S_{DA,gaz} = \int_D^A \frac{\delta Q}{T_{gaz}}$. Or la transformation est isochore donc $\delta Q = dU_{gaz} = nc_V dT_{gaz}$. Donc :

$$\Delta S_{DA,gaz} = \int_D^A \frac{nc_v dT_{gaz}}{T_{gaz}} = nc_v \ln(\frac{T_A}{T_D})$$

   - De même, $\Delta S_{BC,gaz} = nc_V \ln(\frac{T_C}{T_B})$

5. Exprimer la variation d'entropie de la source chaude sur DA et de la source froide sur BC, comme une intégrale en fonction de dT_{gaz}, T_{SC} et T_{SF}

   - $S_{DA,SC} = \int_D^A \frac{\delta Q_{\to SC}}{T_{SC}} = \int_D^A \frac{-\delta Q}{T_{SC}}$ (pour les questions de signe, se référer à la remarque en introduction)
   - Donc, puisque $\delta Q = nc_V dT_{gaz}$, $\Delta S_{DA,SC} = -nc_v \int_D^A \frac{dT_{gaz}}{T_{SC}}$
   - De même, $\Delta S_{BC,SF} = -nc_v \int_B^C \frac{dT_{gaz}}{T_{SF}}$ (pour les questions de signe, se référer à la remarque en introduction)

6. Exprimer l'entropie créée au cours du cycle

   - On rappelle que l'entropie créée est la variation d'entropie de l'intégralité du système (source froide, source chaude, piston, gaz). L'entropie du piston ne varie pas car il n'échange pas de chaleur, celle de la source chaude ne varie que sur DA car c'est le seul moment où elle est en contact avec le système, celle de la source froide seulement sur BC.
   - $S_c = \Delta S_{total}^{cycle} = \Delta S_{SF}^{cycle} + \Delta S_{SC}^{cycle} + \Delta S_{gaz}^{cycle} = \Delta S_{SF}^{BC} + \Delta S_{SC}^{DA} + \Delta S_{gaz}^{cycle}$
   - Le gaz revenant à son état initial à la fin du cycle et S étant une fonction d'état, le dernier terme de l'équation précédente s'annule.
   - Donc $S_c = \Delta S_{SF}^{BC} + \Delta S_{SC}^{DA} = -\int_D^A \frac{\delta Q}{T_{SC}} - \int_B^C \frac{\delta Q}{T_{SF}}$

7. Exprimer l'entropie créée au cours de cycle si T_{SC} est constante égale à T_A et si T_{SF} est constante égale à T_C.

   - $S_C = -\int_D^A \frac{\delta Q}{T_{SC}} - \int_B^C \frac{\delta Q}{T_{SF}} = -\frac{1}{T_A}\int_D^A \delta Q - \frac{1}{T_C}\int_B^C \delta Q = -\frac{Q_{DA}}{T_A} - \frac{Q_{BC}}{T_C} = -nc_V\frac{T_A - T_D}{T_A} - nc_V\frac{T_C - T_B}{T_C} = -nc_V(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) = \frac{nc_V}{6}$

8. Ce cycle pourra-t-il atteindre le rendement de Carnot avec ces conditions sur les températures des sources chaudes et des sources froides ?

   - Non, le rendement de Carnot ne peut être atteint que si $S_C = 0$, ce qui n'est pas le cas.

Climatisation

Par une merveilleuse journée d'été à Brest où la température dépasse les 30 °C, Georges a malheureusement oublié de fermer les fenêtres. Ce n'est pas grave ! Grâce au magnifique climatiseur qu'il a acheté au printemps dernier en profitant des alléchantes promotions, il va pouvoir ramener son intérieur de capacité thermique $\mu = 4 \cdot 10^3 kJ.K^{-1}$ initialement à la température de l'air extérieur $T_0 = 305K$ à une température bien plus raisonnable :$T_1 = 293K$. Le climatiseur ramène la température de l'intérieur $T_1 = 293K$ en une heure. On considère que le climatiseur fonctionne de façon cyclique et réversible entre l'air extérieur et l'intérieur.

1. Calculer la chaleur Q_f reçue de la source froide par le climatiseur pendant le refroidissement de la maison.

   - Remarquons que l'on peut faire l'hypothèse que pour la maison, comme pour un solide, $\Delta H \simeq \Delta U \simeq \mu \Delta T$, ie $\mu \simeq c_V \simeq c_P$. Comme nous l'avons vu de nombreuses fois, ceci n'est bien sûr pas vrai pour un gaz parfait.
   - Premier principe sur la maison, qui n'échange de l'énergie que via le climatiseur (pas de pertes par les fenêtres) et n'échange pas de travail :
     - $\Delta U_{maison} = Q_{\rightarrow maison} + W_{\rightarrow maison} = Q_{\rightarrow maison} = -Q_f$ (cf. remarque en début de TD pour le signe)
     - Donc $Q_f = -\Delta U_{maison} = -\mu(T_1 - T_0)$
   - AN : $Q_f = 4,80 \cdot 10^4 kJ$

2. Calculer la variation d'entropie de la maison pendant le refroidissement :

   - $\Delta S_{maison} = \int_{T_0}^{T_1} \frac{\delta Q_{\rightarrow maison}}{T_{maison}} = \int_{T_0}^{T_1} \frac{dU_{maison}}{T_{maison}} = \mu \int_{T_0}^{T_1} \frac{dT_{maison}}{T_{maison}} = \mu \ln(\frac{T_1}{T_0})$
   - AN : $\Delta S_{Maison} = -1.61 \cdot 10^2 kJ.K^{-1}$

3. En déduire la variation d'entropie de la source chaude, l'extérieur, sachant que le cycle est réversible (donc pas d'entropie créée).

   - $S_{créée} = \Delta S_{totale} = \Delta S_{maison} + \Delta S_{extérieur} + \Delta S_{clim}$
   - La clim parcourant des cycles et revenant toujours à son état initial, et S étant une fonction d'état, $\Delta S_{clim} = 0$
   - donc $S_c = \Delta S_{maison} + \Delta S_{extérieur}$
   - donc puisque l'entropie créée est nulle : $\Delta S_{extérieur} = -\Delta S_{maison} = -\mu \ln(\frac{T_1}{T_0}) = 1.61 \cdot 10^2 kJ.K^{-1}$

4. En déduire Q_c, la chaleur fournie au climatiseur par l'extérieur.

- Rappelons que la température de l'extérieur est constante égale à T_0
- $\Delta S_{Extérieur} = \int \frac{\delta Q_{->extérieur}}{T_{extérieur}} = \int \frac{-\delta Q_c}{T_0} = \frac{1}{T_0} \int -\delta Q_c = -\frac{Q_C}{T_0}$
- Donc $Q_C = -T_0 \Delta S_{extérieur} = \mu T_0 \ln(\frac{T_1}{T_0}) = -4.90 \cdot 10^4 kJ$

5. Connaissant Q_C et Q_F , en déduire le travail reçu W par le climatiseur pendant le refroidissement de la maison

   - Premier principe appliqué au climatiseur : $\Delta U_{clim} = Q_c + Q_f + W$
   - La clim revenant à son état initial au bout du cycle et U étant une fonction d'état : $\Delta U_{clim} = 0$
   - Donc $W = -Q_C - Q_F = -\mu T_0 \ln(\frac{T_1}{T_0}) + \mu(T_1 - T_0) = 9.70 \cdot 10^2 kJ$

6. Calculer la puissance moyenne de la clim:

   - P=$\frac{W}{T}$
   - Rappelons que $1W = 1J.s^{-1}$. Donc $P = \frac{970000}{3600} = 269W$

7. Pour un cycle réel, comment aurait été le travail ?

   - Le cas étudié ici est le cas idéal (pas d'irréversibilité, $S_c = 0$), pour lequel la clim est le plus efficace possible. Dans le cas réel, elle aurait eu besoin de plus de travail pour accomplir le même refroidissement.

8. Commenter les signes trouvés pour Q_c, Q_f et W.

   - $Q_f > 0$: donc la chaleur va de la maison vers la clim. C'est normal, la clim extrait de la chaleur à la maison, c'est comme ça qu'elle la refroidit.
   - $W > 0$: le travail reçu par la clim est positif. C'est normal, la clim consomme de l'énergie extérieure (souvent électrique) pour fonctionner, le fluide y parcourt un cycle récepteur.
   - $Q_C < 0$:la chaleur va de la clim vers l'extérieur. La climatisation transfert de la chaleur de la maison vers l'extérieur, elle réchauffe donc l'extérieur.

9. Calculer le rendement de la machine dans le cas idéal.

   - Ce qui intéresse le propriétaire d'une climatisation, c'est de maximiser Q_f pour un W fini, donc :

$$\eta = \frac{Q_f}{W} = 49$$