

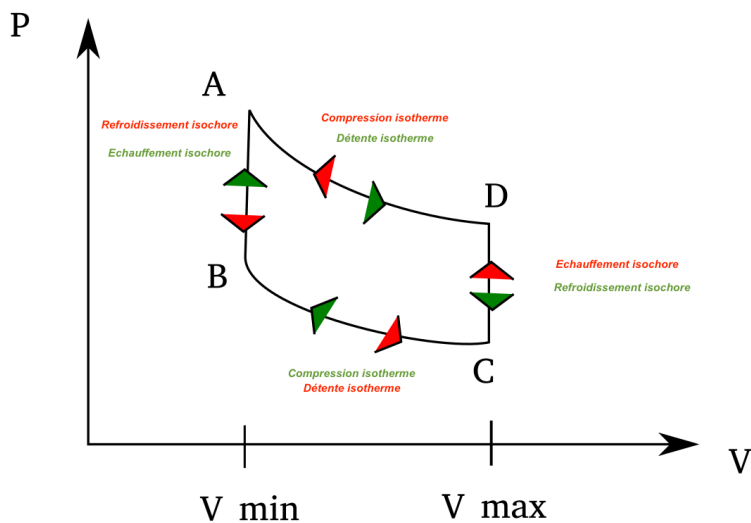
# Machines thermiques - TD n°2

Professeur : Alain Ponton \ Tuteur : Martin Rieu

1 décembre 2017

Le moteur ci-après a été inventé par Stirling au début du XIX<sup>ème</sup> siècle. Il consiste en deux pistons reliés au même vilebrequin par deux bielles différentes. Un des pistons détend et comprime la chambre portée à une température  $T_c$  (source chaude) tandis que l'autre des piston détend et comprime la chambre portée à une température  $T_f$  (source froide). Comme on peut le voir dans l'animation (projetée en TD et reproduite en annexe), ce mouvement peut être en première approximation séparé en quatre phases : une compression isotherme, une détente isotherme, un échauffement isochore et un refroidissement isochore. Le cycle de ce moteur peut facilement être inversé en faisant tourner le vilebrequin dans le sens opposé. Nous étudierons dans un premier temps le sens "moteur" de la machine, puis dans un second temps le sens "pompe à chaleur".

1. Placer sur le diagramme de Clapeyron les différentes étapes évoquées ci-dessus. Ecrivez en rouge le nom des étapes quand le cycle est effectué dans le sens rouge, en vert le nom des étapes lorsqu'il est effectué dans le sens vert.



Le fluide décrivant ce cycle est assimilé à un gaz parfait. Toutes les transformations sont supposées réversibles. On donne :

- la température de la source froide  $T_1 = 276K$
- la température de la source chaude  $T_2 = 293K$
- le rapport volumique  $\frac{V_{max}}{V_{min}} = 3$
- la capacité calorifique massique du fluide:  $C_v = 2,1 J.g^{-1}.K^{-1}$
- la constante des gaz parfaits  $R = 8,32 J.mol^{-1}.K^{-1}$

# 1 Cycle moteur

1. De quelle couleur sont les flèches qui donnent le sens du cycle moteur ?

- Vertes. Ce sont celles telles que  $-\int PdV$  soit négatif, ie que  $PdV$  soit positif. Si vous avez du mal avec le sens des intégrales, rappelez vous que pour que le cycle soit moteur, la détente doit se faire à une pression plus importante que la compression.

2. Le fluide a une masse molaire de  $10 \text{ g.mol}^{-1}$ . Calculer sa capacité calorifique molaire.

- La conductivité thermique totale d'un objet de masse  $m$  et de quantité de matière  $n$  peut s'écrire  $nc$ , avec  $c_v$  la capacité calorifique molaire, ou  $mC_V$ , avec  $C_V$  la capacité calorifique massique.
- On a donc  $mC_V = nc_v$ , et  $c_v = \frac{m}{n}C_V = MC_V = 21 \text{ J.mol}^{-1} . K^{-1}$

3. Pour une mole de fluide :

(a) Exprimer pour chacune des transformations le travail et la quantité de chaleur échangés par le fluide avec le milieu extérieur. Calculer les valeurs numériques.

- $W_{AD} = -\int_A^D PdV = -\int_A^D \frac{nRT_2}{V} dV$ , car la transformation est isotherme à température constante  $T_2$ . Donc  $W_{AD} = -nRT_2 \ln\left(\frac{V_D}{V_A}\right) = -nRT_2 \ln(3)$
- De même,  $W_{CB} = -nRT_1 \ln\left(\frac{V_B}{V_C}\right) = -nRT_1 \ln\left(\frac{1}{3}\right) = nRT_1 \ln(3)$
- $W_{BA} = W_{DC} = 0$  car les transformations sont isochores.
- $Q_{BA} = \Delta U_{BA} - W_{BA} = \Delta U_{BA} = nc_v(T_A - T_B) = nc_v(T_2 - T_1)$
- $Q_{DC} = \Delta U_{DC} - W_{DC} = nc_v(T_C - T_D) = nc_v(T_1 - T_2)$
- $Q_{AD} = \Delta U_{AD} - W_{AD} = nc_v \ln(T_D - T_A) + nRT_2 \ln(3) = nRT_2 \ln(3)$  car  $T_D = T_A$
- De même,  $Q_{CB} = -nRT_1 \ln(3)$

(b) Calculer les valeurs numériques des grandeurs ci-dessus pour les transformations BA et CB

- Cf. corrigé en cours ou calculatrice

(c) Exprimer le travail total  $W_r$  reçu par le gaz lors du cycle. Le fonctionnement du cycle est-il moteur ou récepteur ? Justifier la réponse

- $W = W_{AD} + W_{DC} + W_{CB} + W_{BA} = -nRT_2 \ln(3) + nRT_1 \ln(3) = nR(T_1 - T_2) \ln(3) < 0$  Le cycle est donc moteur.

4. On appelle  $Q_1$  la quantité de chaleur prise à la source chaude par une mole de fluide au cours d'un cycle. En utilisant les résultats de la question 2), donner la valeur numérique de  $Q_1$ .

- Le gaz est en contact avec la source chaude pendant BA et AD.  $Q_1 = Q_{BA} + Q_{AD}$ . (application numérique, cf. corrigé en cours ou calculatrice)

5. Exprimer puis calculer l'efficacité de la machine.

- C'est un moteur. Ce qu'on récupère est  $-W_T$  et ce que l'on fournit est  $Q_C$
- Donc  $\eta = \frac{-W_T}{Q_1} = \frac{nR(T_2 - T_1) \ln(3)}{Q_{BA} + Q_{AD}} = \frac{nR(T_2 - T_1) \ln(3)}{nc_v(T_2 - T_1) + nRT_2 \ln(3)}$

# 2 Cycle parcouru dans le sens inverse.

1. On parcourt désormais le cycle dans l'autre sens. Donner le nouveau travail total reçu par le gaz  $W_{Ti}$ , la nouvelle chaleur  $Q_{1i}$  et la chaleur prise à la source froide  $Q_{2i}$ .

- Lorsque le cycle est renversé, toutes les quantités changent de signe, pas besoin de les recalculer. Le travail total est donc désormais positif (le milieu extérieur fournit du travail au gaz), la chaleur reçue de la source chaude est négative,  $Q_1$ : le transfert d'énergie va du gaz à la source chaude. La chaleur reçue de la source froide devient positive ; le transfert d'énergie va de la source froide au gaz.

2. Commenter. Quelle machine peut être décrite par un tel cycle ?

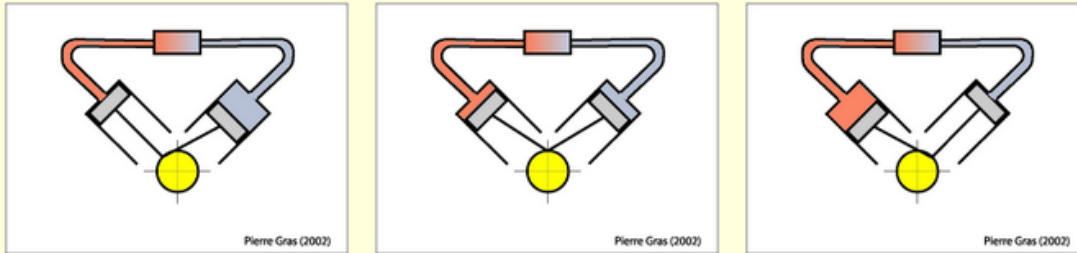
- Cette machine prend de la chaleur à la source froide, elle peut donc servir de frigo. Elle transfère également de l'énergie à la source chaude, elle peut donc également servir de pompe à chaleur.

3. Exprimer puis calculer l'efficacité de la machine.

- Si on l'utilise comme pompe à chaleur : on fournit  $W_{T_i}$  à la machine ce qui nous intéresse est la chaleur  $-Q_{1i}$  transmises à la source chaude. Le rendement est donc :  $\eta = \frac{-Q_{1i}}{W_{r_i}}$
- Si on l'utilise comme réfrigérateur : on fournit  $W_{T_i}$  et ce qui nous intéresse est la chaleur  $Q_{2i}$  extraite à la source froide. Le rendement est donc :  $\eta = \frac{Q_{2i}}{W_{r_i}}$

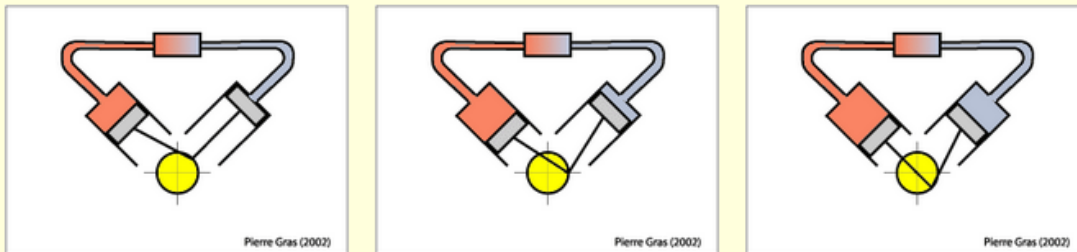
*Du fait de leur haut rendement énergétique, de nombreux pays, dont l'Allemagne et l'Angleterre, ont mis en place, à la fin des années 2000, des subventions à l'achat de pompes à chaleur pour remplacer le chauffage classique. Le chauffage représentant environ 70% de la consommation d'énergie des ménages européens, réduire l'énergie nécessaire à ce dernier est devenu une priorité pour respecter les engagements de réduction des émissions de CO<sub>2</sub>. Avec les travaux d'isolation, l'augmentation de l'efficacité des appareils de chauffage fait partie des solutions envisagées. En France, une telle subvention existe depuis 2014.*

### 1.1. Chauffage :



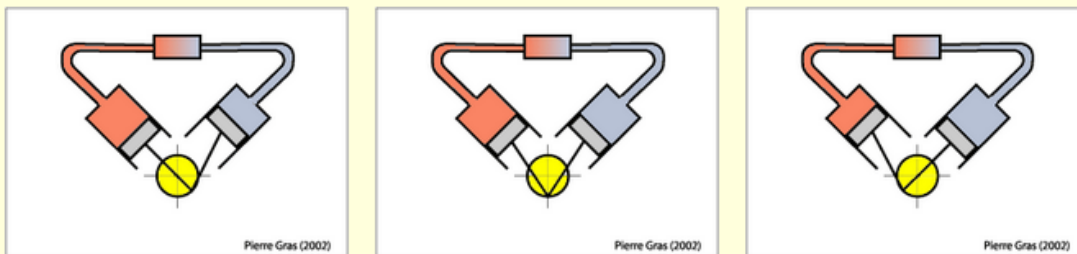
Le gaz arrive dans le cylindre chaud en provenance du cylindre froid. il se réchauffe.

### 1.2. Détente :



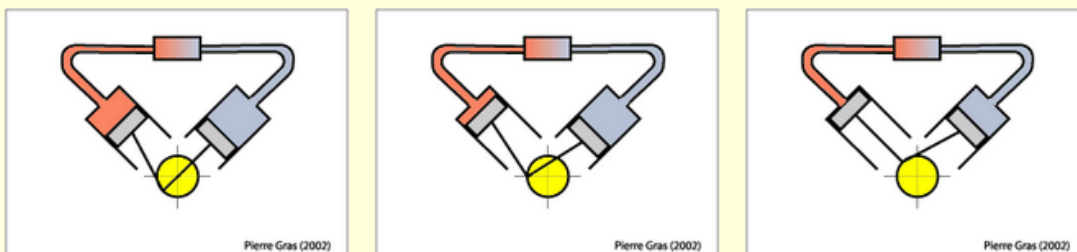
Les deux pistons descendent l'un et l'autre. Le volume total augmente : c'est la phase de détente.

### 1.3. Refroidissement :



Le gaz est refoulé du cylindre chaud vers le cylindre froid. Durant cette phase, il se refroidit.

### 1.4. Compression :



Les deux pistons remontent en même temps. Le volume global diminue : c'est la phase de compression.

Figure 1: Les quatre phases du moteur Stirling. Source : *Les moteurs à air chaud*, Pierre Gras, 2002.