PCSI 2 — Programme de colle — 2008/09

Semaine du 1 $^{\text{er}}$ juin

Groupe orthogonal en dimension 2

- Orientation des bases, existence de BOND. Définition de det.
- Etude du groupe orthogonal $O_2(\mathbb{R})$ et du groupe $SO_2(\mathbb{R})$ (avec démonstrations). Groupe $SO(E)$, définition d'une rotation d'angle θ. Composée de deux rotations ; détermination pratique de l'angle d'une rotation.
- Angle entre deux vecteurs dans le plan. Classification des isométries du plan (avec démonstration). Toute rotation est la composée de deux symétries orthogonales (avec démonstration).

Groupe orthogonal en dimension 2

- Orientation de l'espace et existence de BOND, déterminant.
- Définition du produit vectoriel de deux vecteurs. Angle entre deux vecteurs.
- Classification des isométries de $O(E)$ où E est de dimension 3 (identité, réflexion, rotation, produit commutatif d'une réflexion et d'une rotation) (avec démonstration).
- Etude de $SO(E)$: détermination pratique d'une rotation donnée par sa matrice, et réciproquement de la matrice d'une rotation donnée. Décomposition d'une rotation en produit de deux réflexions.

Fonctions à valeurs complexes

:

- Rappels sur les notions de continuité et dérivabilité.
- Intégration des fonctions à valeurs complexes : majoration du module de l'intégrale par l'intégrale du module (avec démonstration), accroissements finis et formules de Taylor (avec démonstration).

Fonctions de plusieurs variables

- Normes euclidienne et sup de $\mathbb{R}^2$; définitions d'une partie bornée, d'une boule ouverte ou fermée, des ouverts de $\mathbb{R}^2$.
- Algèbre des fonctions de deux variables. Etude locale d'une fonction : limite en un point, continuité ; lien avec la convergence des suites (avec démonstration), continuité de la composée (avec démonstration).
- Dérivées partielles d'ordre 1 :
  - dérivées selon un vecteur et dérivées partielles ;
  - définition d'une fonction $\mathcal{C}^1$ par existence et continuité des dérivées partielles ; existence d'un dl_1 et d'une dérivée selon tout vecteur (théorème admis). Composée de $\varphi : I \to \mathbb{R}^2$ et $f : U \to \mathbb{R}$, composée de $\varphi : V \to \mathbb{R}^2$ et $f : U \to \mathbb{R}$ toutes deux $\mathcal{C}^1$ (avec démonstration). Recherche des extrema.
  - Dérivées d'ordre supérieur, théorème de Schwarz (admis !).
  - Définition de la différentielle, du gradient, d'un champ scalaire.