

Semaine du 30 avril

**Méthodes numériques & Fonctions convexes**

- Interpolation linéaire avec majoration de l'erreur ; recherche d'une valeur approchée d'une racine d'une équation par dichotomie et par l'algorithme de Newton.
- Fonctions convexes : définition et inégalité de Jensen. Caractérisation par l'inégalité des pentes et par la croissance des pentes. Pour une fonction de classe  $\mathcal{C}^1$ ,  $f$  convexe est équivalent à  $f'$  croissante. Exemples d'inégalités de convexité.

**Intégration**

- Fonction en escalier : définition d'une subdivision, d'une fonction en escalier. Intégrale d'une fonction en escalier, définition et propriétés.
- Intégrale d'une fonction continue : pour  $f$  continue sur un segment et  $\varepsilon > 0$  fixés, il existe deux fonctions en escalier  $\varphi$  et  $\psi$  telles que  $\varphi \leq f \leq \psi$  et  $\psi - \varphi \leq \varepsilon$  (admis) ; définition de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment. Propriétés : linéarité, relation de Chasles, inégalités, « une fonction continue positive d'intégrale nulle est nulle » avec l'importance des trois hypothèses ; inégalité de la moyenne, inégalité de Cauchy-Schwarz.
- Moyenne arithmétique des valeurs d'une fonction et convergence vers la valeur moyenne (démonstration dans le cas des fonctions lipschitziennes).
- Définition de l'intégrale  $\int_a^b f$  quand  $a > b$ , relation de Chasles etc.
- Intégrales et primitives : existence de primitives d'une fonction continue sur un intervalle (avec démonstration), et lien avec l'intégrale.
- Calcul de primitives : primitives usuelles avec démonstration, intégration par parties et application à la formule de Taylor-Lagrange reste intégral (avec démonstration), changement de variables.