

Semaine du 19 janvier

Polynômes

- Algèbre des polynômes à une indéterminée : définition des opérations, degré (définition, degré d'une somme, degré d'un produit), fonction polynôme.
- Divisibilité dans $\mathbb{K}[X]$: relation de divisibilité, polynômes inversibles (avec démonstration), notion de polynômes associés ; polynômes premiers. Division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$ (avec démonstration) et critère de divisibilité. Zéros d'un polynôme ; théorème fondamental : un polynôme de degré n admettant $n + 1$ racines distinctes est nul (avec démonstration). Ordre de multiplicité d'une racine.
- Polynômes dérivés ; en particulier, formule de Leibniz (avec démonstration). Caractérisation des racines multiples (avec démonstration). Formule de Taylor (avec démonstration).
- Réduction dans $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$.
- Relation entre coefficients et racines pour un polynôme scindé.
- L'espace vectoriel $\mathbb{K}_n[X]$: base canonique, une famille de $n + 1$ polynômes de degrés échelonnés en est une base (avec démonstration) ; c'est une CS mais pas une CN.