

TD 7 : tests du  $\chi^2$ 

Les questions marquées d'un astérisque (\*) sont facultatives.

**Dans tous les exercices, on détaillera avec autant de soin que possible toutes les étapes des tests mis en oeuvre.**

Voir en fin de feuille pour des quantiles usuels de loi du  $\chi^2$  (table produite par Claude Bélisle).

**Exercice 1.** On s'intéresse à la production d'un anticorps par les individus en fonction de leur couleur de cheveux. Après étude, on constate que 10% des Français produisent naturellement cet anticorps. On recrute 50 personnes aux cheveux blonds, et on constate que 10 d'entre eux le produisent.

Peut-on dire que la couleur de cheveux a un impact significatif, avec un risque 5%, sur la production de cet anticorps ?

**Exercice 2.** On étudie l'impact des séjours dans l'espace sur le génôme des bactéries. Pour cela, on considère un gène admettant trois mutations A, B et C. Sur Terre, les proportions entre ces mutations sont de 25% pour la mutation A, 40% pour la mutation B et 35% pour la mutation C. Sur 66 échantillons cultivés dans l'espace, on observe 12 mutations A, 33 mutations B et 21 mutations C.

Peut-on dire que le séjour dans l'espace a impacté de façon significative, avec un risque 5%, les mutations des bactéries ?

**Exercice 3.** Un organisme de cours à domicile teste trois méthodes d'entraînement pour un concours. On observe les résultats d'admission suivants :

	Admis	Recalé
Méthode 1	19	25
Méthode 2	41	35
Méthode 3	17	33

Y a-t-il une différence significative, avec un risque 5%, entre les méthodes ?

**Exercice 4.** On dispose de deux populations d'insectes de la même espèce, l'une provenant de champs cultivés, l'autre d'une forêt. Pour chacun, on mesure la concentration d'un marqueur biologique relié à la pollution. La mesure fournit un réel positif, qu'on résume comme suit. Chaque case contient le nombre d'insectes observés ayant une concentration de marqueur dans l'intervalle précisé.

	[0, 20[	[20, 30[	[30 - 40[	[40, +∞[
Champs	5	11	37	14
Forêt	8	23	27	5

Y a-t-il une différence significative, avec un risque 5%, entre les deux populations ?

LOI DU KHI-DEUX AVEC  $k$  DEGRÉS DE LIBERTÉ  
QUANTILES D'ORDRE  $1 - \gamma$

$k$	$\gamma$										
	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.500	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.45	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	0.01	0.02	0.05	0.10	0.21	1.39	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	0.07	0.11	0.22	0.35	0.58	2.37	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	0.21	0.30	0.48	0.71	1.06	3.36	7.78	9.94	11.14	13.28	14.86
5	0.41	0.55	0.83	1.15	1.61	4.35	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	0.68	0.87	1.24	1.64	2.20	5.35	10.65	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.99	1.24	1.69	2.17	2.83	6.35	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	7.34	13.36	15.51	17.53	20.09	21.96
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	8.34	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	9.34	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	10.34	17.28	19.68	21.92	24.72	26.76
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	11.34	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	12.34	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	13.34	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.60	5.23	6.27	7.26	8.55	14.34	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	15.34	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	16.34	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.87	17.34	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
19	6.84	7.63	8.81	10.12	11.65	18.34	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	19.34	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	20.34	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	21.34	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80
23	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	22.34	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	23.34	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	24.34	34.28	37.65	40.65	44.31	46.93
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	25.34	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29
27	11.81	12.88	14.57	16.15	18.11	26.34	36.74	40.11	43.19	46.96	49.65
28	12.46	13.57	15.31	16.93	18.94	27.34	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	28.34	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	29.34	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
40	20.71	22.16	24.43	26.51	29.05	39.34	51.81	55.76	59.34	63.69	66.77
50	27.99	29.71	32.36	34.76	37.69	49.33	63.17	67.50	71.42	76.15	79.49
60	35.53	37.48	40.48	43.19	46.46	59.33	74.40	79.08	83.30	88.38	91.95
70	43.28	45.44	48.76	51.74	55.33	69.33	85.53	90.53	95.02	100.42	104.22
80	51.17	53.54	57.15	60.39	64.28	79.33	96.58	101.88	106.63	112.33	116.32
90	59.20	61.75	65.65	69.13	73.29	89.33	107.57	113.14	118.14	124.12	128.30
100	67.33	70.06	74.22	77.93	82.36	99.33	118.50	124.34	129.56	135.81	140.17

Si  $k$  est entre 30 et 100 mais n'est pas un multiple de 10, on utilise la table ci-haut et on fait une interpolation linéaire. Si  $k > 100$  on peut, grâce au théorème limite central, approximer la loi  $\chi^2(k)$  par la loi  $N(k, 2k)$ .