# 3 Problèmes

## 3.1 Crevette de combat

La crevette *Alpheus Heterochaelis* possède une pince beaucoup plus développée que l'autre. La fermeture rapide de cette pince crée dans l'eau une bulle de cavitation, c'est-à-dire une bulle de vapeur d'eau de pression négligeable par rapport à la pression de l'eau environnante, de rayon $R$. Cette bulle implose brutalement en un temps $\tau$ en faisant beaucoup de bruit, ce qui permet à la crevette d'effrayer un prédateur ou d'assommer une proie.

1. En réflechissant au mécanisme physique responsable de l'implosion, déterminer les paramètres dont dépend le temps de vie $\tau$ de la bulle.
2. Déterminer la forme de l'expression de $\tau$ en fonction de ces paramètres (une solution exacte n'est évidemment pas demandée).
3. Calculer un ordre de grandeur de $\tau$ pour une bulle de rayon 3,5 mm formée près de la surface de la mer.

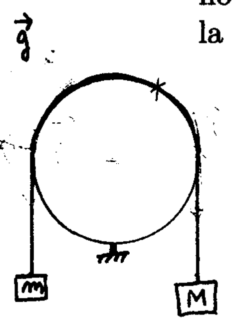
## 3.2 Câble électrodynamique

Il a été proposé pour diverses raisons de concevoir des stations spatiales constituées de deux habitacles de masse $m$ reliés par un câble conducteur de longueur $2l$ et de masse supposée négligeable (pour simplifier uniquement...). Le centre de masse des deux habitacles a une orbite circulaire de rayon $R$, et le câble reste orienté radialement de sorte que les habitacles ont des orbites circulaires de rayons $R - l$ et $R + l$.

1. La période orbitale d'une telle station est-elle plus grande, moins grande ou identique à celle qu'aurait un satellite ponctuel ayant une orbite de rayon $R$ ? Dans la question suivante, on suppose (légitimement) que ces deux périodes sont identiques.
2. Pour une station *en orbite basse* et telle que $2l = 40$ km, calculer un ordre de grandeur de la gravité apparente que subiraient les spationautes de chacun des habitacles.
3. La station se déplace d'ouest en est dans le plan équatorial où le champ magnétique terrestre est orienté du sud vers le nord et a pour module $50.10^{-6}$ T. Calculer algébriquement la différence de potentiel entre les deux habitacles.

## 3.3 Principe du winch

Deux masses $m$ et $M$ sont reliées par un fil inextensible autour d'un cylindre horizontal encastré dans un mur. Le coefficient de frottement statique entre le fil et la tige vaut 1.

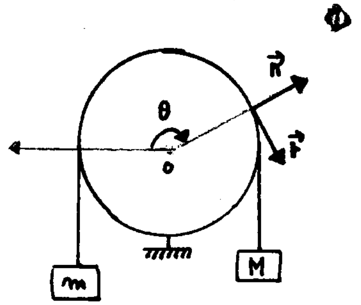



1. Quelle est la valeur minimale de $M$ permettant à l'ensemble du système de basculer vers la droite ?
2. Comment serait modifié ce résultat si on rajoutait un tour de fil autour du cylindre ?

# Principe du winch : correction

C'est un joli calcul classique. Je ne suis pas sûr que ce soit vraiment dans l'esprit des olympiades si bien que j'ai préféré passer plus de temps sur les autres exercices. Voici quand même un corrigé détaillé.

Clairement, la tension du fil n'est pas uniforme sur toute sa longueur. On peut par exemple paramétrer la position sur le fil par l'angle $\theta$ comme sur la figure ci-dessous :




On peut alors définir la **tension $\mathbf{F}(\theta)$ qu'exerce en $\theta$ la partie droite du fil sur la partie gauche**. On a :

$$\mathbf{F}(\theta) = F(\theta)\,\mathbf{t}$$

puisque la tension est tangente au fil, avec $F(\theta) > 0$.

Isolons l'élément de fil compris entre les angles $\theta + d\theta/2$ et $\theta - d\theta/2$. Il est soumis :
- à la tension $\mathbf{F}(\theta + d\theta/2)$
- à la tension $-\mathbf{F}(\theta - d\theta/2)$ (attention au signe -)
- à l'action $d\mathbf{R}(\theta) = dT(\theta)\,\mathbf{t} + dN(\theta)\,\mathbf{n}$ du cylindre

Tant que le fil ne glisse pas, la somme de toutes ces forces est nulle, ce qui s'écrit en projection sur **t** et **n** respectivement :

$$\begin{cases} 0 = F\left(\theta + \frac{d\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{d\theta}{2}\right) - F\left(\theta - \frac{d\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{d\theta}{2}\right) + dT(\theta) \\ 0 = -F\left(\theta + \frac{d\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) - F\left(\theta - \frac{d\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) + dN(\theta) \end{cases} \qquad (1)$$

(1) se **linéarise** facilement au premier ordre en $d\theta$ :

$$\begin{cases} 0 = \frac{dF}{d\theta}\,d\theta + dT \\ 0 = -F d\theta + dN \end{cases} \qquad (2)$$

Ceci reste vrai tant que le système est à l'équilibre. Soit $\mu$ le coefficient de frottement **statique** entre le fil et le cylindre ; il vaut 1 dans l'énoncé, mais cela ne coûte vraiment rien de le choisir différent de 1. **A la limite du glissement** :

$$dT/dN = -\mu$$



puisqu'*a priori* $dN$ est positif et $dT$ est négatif (le frottement empêche le fil de glisser vers la droite) et ce quel que soit $\theta$. A la limite du glissement, on déduit de (2) :

$$\frac{dF}{d\theta} = \mu F(\theta)$$

dont la solution générale est :

$$F(\theta) = K\,e^{\mu\theta}$$

où $K$ est une constante. Or, $F(0) = mg$ puisque la tension du fil compense le poids de $m$, donc :

$$F(\theta) = mg\,e^{\mu\theta}$$

La tension du fil croît quand $\theta$ augmente. Ainsi, à la limite du glissement, on a :

$$F(\pi) = Mg = mg\,e^{\mu\pi}$$

La **masse minimale** $M_{\min}$ permettant au système de basculer vers la droite vaut :

$$\boxed{M_{\min} = m\,e^{\mu\pi}}$$

Trivialement, si on ajoute un tour de corde, il faut rajouter $2\pi$ à l'angle d'enroulement, si bien que l'argument de l'exponentielle devient $3\mu\pi$.

## Remarques

- Le résultat final ne dépend pas du rayon du cylindre, ce qui est assez remarquable.
- Le rapport des tensions aux deux brins du fil permettant le glissement **varie très vite** avec l'angle d'enroulement, de façon exponentielle. C'est le principe du winch : tant qu'un cordage est sous tension, on peut le fixer à un winch sans attacher le brin qui n'est pas tendu, puisqu'il suffit d'une tension résiduelle pour assurer le non-glissement.
- Ce principe est aussi mis à profit sur les **descendeurs** utilisés pour assurer un grimpeur ou faire des **descentes en rappel**. Le fort enroulement de la corde dans le descendeur (dont la forme est appropriée) permet à l'utilisateur de bloquer le grimpeur/le rappel par une faible tension sur le brin inférieur de la corde.

Pour finir, une vieille blague de physiciens raisonnablement grivoise :
Savez-vous pourquoi Heisenberg était un très mauvais amant ? Parce que lorsqu'il avait l'impulsion, il ne trouvait pas la position, et quand il avait l'énergie, il n'avait pas le temps.

BONNE CHANCE A TOUS !