photon et MQ

Exemple 9.1

On installe une lampe à vapeur de sodium au centre d'une grosse sphère qui absorbe toute la lumière qui l'atteint. Le taux auquel la lampe émet l'énergie est 100 W ; supposez que l'émission se fait uniquement à une longueur d'onde de 590 nm. À quel taux la sphère absorbe-t-elle les photons ?

SOLUTION : On suppose que toute la lumière émise par la lampe atteint la sphère (donc qu'elle y est absorbée). Le **concept clé** est que la lumière est émise et absorbée sous forme de photons. Le taux n auquel les photons sont absorbés par la sphère est égal au taux $n_{\text{émis}}$ auquel les photons sont émis par la lampe. Ce taux est

$$n_{\text{émis}} = \frac{\text{taux d'émission d'énergie}}{\text{énergie par photon émis}} = \frac{P_{\text{émis}}}{E}.$$

On a alors, en fonction de l'équation 9.2 ($E = hf$),

$$n = n_{\text{émis}} = \frac{P_{\text{émis}}}{hf}.$$

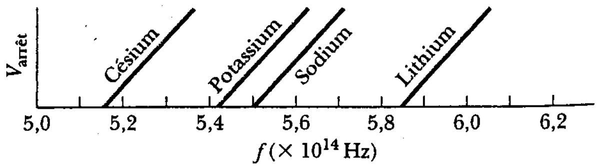
Si on remplace f par l'expression de l'équation 9.1 ($f = c/\lambda$) et qu'on insère les données connues, on obtient

$$n = \frac{P_{\text{émis}}\lambda}{hc}$$

$$= \frac{(100\ \text{W})(590 \times 10^{-9}\ \text{m})}{(6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})(2{,}998 \times 10^{8}\ \text{m/s})}$$

$$= 2{,}97 \times 10^{20}\ \text{photons/s}. \qquad \text{(réponse)}$$

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 2 : La figure représente graphiquement des données comme celles de la figure 9.4 pour des cibles de césium, de potassium, de sodium et de lithium. Les droites sont parallèles. a) Classez les cibles selon leur travail d'extraction, en commençant par le travail ayant la valeur la plus élevée.
b) Classez les droites selon les valeurs de h qu'elles donnent, en commençant par la plus élevée.



a) Li → Ce

b) la même ...

Exemple 9.4 Effet photo-electrique.

Déterminez le travail d'extraction Φ du sodium de la figure 9.4.

SOLUTION : Ici, le **concept clé** est qu'on peut déterminer le travail d'extraction Φ à l'aide de la fréquence de seuil f_0 (qu'on peut mesurer sur la courbe). Voici le raisonnement : à la fréquence de seuil, l'énergie cinétique K_{max} est nulle dans l'équation 9.9. Donc, toute l'énergie hf transférée d'un photon à un électron sert à l'émission de ce dernier, qui nécessite une énergie de Φ. L'équation 9.5 donne alors, si $f = f_0$,

$$hf_0 = 0 + \Phi = \Phi.$$

Dans la figure 9.4, la fréquence de seuil f_0 est celle à laquelle la courbe croise l'axe horizontal des fréquences, soit environ $5{,}5 \times 10^{14}$ Hz. On a alors

$$\Phi = hf_0 = (6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})(5{,}5 \times 10^{14}\ \text{Hz})$$

$$= 3{,}6 \times 10^{-19}\ \text{J} = 2{,}3\ \text{eV}. \qquad \text{(réponse)}$$

Exemple 9.2 corps noir

La surface d'une étoile n'est pas très bien définie, contrairement à la surface d'une planète comme la Terre. La plupart du rayonnement émis est en équilibre thermique avec les gaz formant les couches extérieures de l'étoile. Nous pouvons alors considérer les étoiles comme des corps noirs. Le tableau suivant indique la longueur d'onde du pic de rayonnement pour trois étoiles.

Étoile	$\lambda_{max}(\mu m)$	Couleur
Sirius	0,33	Bleue
Soleil	0,50	Jaune
Bételgeuse	0,83	Rouge

a) Quelle est la température à la surface de ces étoiles ?

SOLUTION : Le **concept clé** applicable ici est qu'on peut considérer les étoiles comme des corps noirs. La longueur d'onde et la température associées au maximum de la courbe de la radiance spectrale sont alors reliées par la loi de Wien (équation 9.5). On isole alors la température :

$$T = \frac{2{,}898 \times 10^{-3}\ \text{m}\cdot\text{K}}{\lambda_{max}}. \qquad (9.7)$$

Il s'agit ensuite de remplacer les valeurs de λ_{max} indiquées au tableau

$$T_{\text{Sirius}} = \frac{2{,}898 \times 10^{-3}\ \text{m}\cdot\text{K}}{0{,}33 \times 10^{-6}\ \text{m}} = 8{,}8 \times 10^{3}\ \text{K}. \qquad \text{(réponse)}$$

$$T_{\text{Soleil}} = \frac{2{,}898 \times 10^{-3}\ \text{m}\cdot\text{K}}{0{,}50 \times 10^{-6}\ \text{m}} = 5{,}8 \times 10^{3}\ \text{K}. \qquad \text{(réponse)}$$

$$T_{\text{Bételgeuse}} = \frac{2{,}898 \times 10^{-3}\ \text{m}\cdot\text{K}}{0{,}83 \times 10^{-6}\ \text{m}} = 3{,}5 \times 10^{3}\ \text{K}. \qquad \text{(réponse)}$$

b) Quelle est l'intensité du rayonnement émis par ces trois étoiles ?

SOLUTION : Pour calculer l'intensité, on utilise les deux **concept clés** suivants : les étoiles peuvent être considérées comme des corps noirs et l'intensité d'un corps noir est donnée par la loi de Stefan-Boltzmann. On applique l'équation 9.4 aux résultats de la partie a) :

$$I = \sigma T^4.$$

$$I_{\text{Sirius}} = (5{,}670 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4)(8{,}8 \times 10^{3}\ \text{K})^4$$
$$= 3{,}4 \times 10^{8}\ \text{W/m}^2. \qquad \text{(réponse)}$$

$$I_{\text{Soleil}} = (5{,}670 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4)(5{,}8 \times 10^{3}\ \text{K})^4$$
$$= 6{,}4 \times 10^{7}\ \text{W/m}^2. \qquad \text{(réponse)}$$

$$I_{\text{Bételgeuse}} = (5{,}670 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4)(3{,}5 \times 10^{3}\ \text{K})^4$$
$$= 8{,}4 \times 10^{6}\ \text{W/m}^2. \qquad \text{(réponse)}$$

c) Le rayon du Soleil est $r = 6{,}96 \times 10^8$ m. Calculez sa luminosité L (la puissance totale rayonnée).

SOLUTION : Pour calculer la luminosité, on utilise le **concept clé** suivant : l'intensité représente la puissance par unité de surface. On calcule alors la puissance rayonnée en multipliant l'intensité par la surface du Soleil ($A = 4\pi r^2$)

$$L = I 4\pi r^2$$

$$L_{\text{Soleil}} = (6{,}4 \times 10^{7}\ \text{W/m}^2)\, 4\pi(6{,}96 \times 10^{8}\ \text{m})^2$$

$$= 3{,}9 \times 10^{26}\ \text{W}. \qquad \text{(réponse)}$$

Exemple 9.3 : nécessité de la quantification

Une feuille de potassium se trouve à une distance $r = 3{,}5$ m d'une source de lumière isotrope émettant de l'énergie au taux $P = 1{,}5$ W. Le travail d'extraction Φ du potassium est 2,2 eV. Supposez que l'énergie transportée par la lumière incidente a été transférée à la feuille cible continuellement et doucement (comme si la physique classique prévalait sur la physique quantique). Combien de temps faudrait-il à la feuille pour absorber assez d'énergie pour émettre un électron ? Supposez ici que la feuille absorbe toute l'énergie qui l'atteint et que l'électron à éjecter capte l'énergie d'une zone circulaire de feuille ayant un rayon de $5{,}0 \times 10^{-11}$ m, soit environ celui d'un atome type.

SOLUTION : Voici les concepts clés qu'on utilise ici.

1. L'intervalle de temps Δt qu'il faut à la zone pour absorber l'énergie ΔE dépend du taux P_{abs} auquel l'énergie est absorbée :

$$\Delta t = \frac{\Delta E}{P_{abs}}.$$

2. Pour qu'un électron quitte la feuille, l'énergie minimale ΔE qu'il doit acquérir de la lumière est égale au travail d'extraction Φ du potassium. Donc,

$$\Delta t = \frac{\Phi}{P_{abs}}.$$

3. Puisque la zone de la feuille absorbe totalement l'énergie, le taux d'absorption P_{abs} est égal au taux P_{att} auquel l'énergie atteint la feuille ; c'est-à-dire

$$\Delta t = \frac{\Phi}{P_{att}}.$$

4. Avec l'aide de l'équation 4.23, on peut mettre en relation le taux de l'énergie incidente P_{att} avec l'intensité I de la lumière incidente sur la feuille et l'aire de la feuille :

$$P_{att} = IA.$$

Donc,

$$\Delta t = \frac{\Phi}{IA}.$$

5. Étant donné que la source de lumière est isotrope, l'intensité lumineuse I à une distance r de la source dépend du taux $P_{émis}$ auquel l'énergie est émise par la source, selon l'équation 4.27 :

$$I = \frac{P_{émis}}{4\pi r^2}.$$

On a donc, finalement,

$$\Delta t = \frac{4\pi r^2 \Phi}{P_{émis} A}.$$

L'aire de détection A est $\pi(5{,}0 \times 10^{-11}\ \mathrm{m})^2 = 7{,}85 \times 10^{-21}\ \mathrm{m}^2$, et le travail d'extraction Φ est $2{,}2\ \mathrm{eV} = 3{,}5 \times 10^{-19}$ J. Si on insère ces résultats et les autres données, on obtient

$$= \frac{4\pi (3{,}5\ \mathrm{m})^2 (3{,}5 \times 10^{-19}\ \mathrm{J})}{(1{,}5\ \mathrm{W})(7{,}85 \times 10^{-21}\ \mathrm{m}^2)}$$
$$= 4\,580\ \mathrm{s} \approx 1{,}3\ \mathrm{h}. \qquad \text{(réponse)}$$

Selon la physique classique, il faudrait donc attendre plus d'une heure après avoir allumé la source lumineuse pour qu'un photoélectron soit émis. Cependant, le temps d'attente réel est inférieur à 10^{-9} s. Il semble donc qu'un électron n'absorbe *pas* graduellement l'énergie de la lumière incidente. Plutôt, il n'absorbe aucune énergie, ou il absorbe un quantum d'énergie instantanément en absorbant un photon de lumière.

Exemple 9.6 De Broglie

Quelle est la longueur d'onde de de Broglie d'un électron possédant une énergie cinétique de 120 eV ?

SOLUTION : Un premier concept clé est utilisé ici : on peut déterminer la longueur d'onde de de Broglie λ pour l'électron à l'aide de l'équation 9.17 ($\lambda = h/p$) si on détermine d'abord le module de sa quantité de mouvement p. Le deuxième concept clé est qu'on détermine p à l'aide de l'énergie cinétique K donnée pour l'électron. Cette énergie cinétique est très inférieure à l'énergie au repos d'un électron (0,511 MeV, d'après le tableau 8.3). On peut donc utiliser les approximations non relativistes pour le module de la quantité de mouvement p ($= mv$) et pour l'énergie cinétique K ($= \frac{1}{2}mv^2$).

Si on élimine le module de la vitesse v dans ces deux équations, on obtient

$$p = \sqrt{2mK}$$
$$= \sqrt{(2)(9{,}11 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg})(120\ \mathrm{eV})(1{,}60 \times 10^{-19}\ \mathrm{J/eV})}$$
$$= 5{,}91 \times 10^{-24}\ \mathrm{kg \cdot m/s}.$$

D'après l'équation 9.17,

$$\lambda = \frac{h}{p}$$
$$= \frac{6{,}63 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}}{5{,}91 \times 10^{-24}\ \mathrm{kg \cdot m/s}}$$
$$= 1{,}12 \times 10^{-10}\ \mathrm{m} = 112\ \mathrm{pm}. \qquad \text{(réponse)}$$

C'est environ la taille d'un atome type. Si on augmente l'énergie cinétique, la longueur d'onde diminue encore plus.

✓ VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 4 : Un électron et un proton peuvent avoir a) la même énergie cinétique, b) la même quantité de mouvement et c) la même vitesse. Dans chaque cas, quelle particule possède la plus courte longueur d'onde de De Broglie ?

...mple 9.7 Heisenberg.

...upposez qu'un électron se déplace le long de l'axe des x et que vous mesurez le module de sa vitesse à $2{,}05 \times 10^6$ m/s, avec une précision de 0,50 %. Quelle est l'incertitude minimale (comme le permet le principe d'incertitude dans la théorie quantique) avec laquelle vous pouvez mesurer simultanément la position de l'électron le long de l'axe des x ?

SOLUTION : Le **concept clé** utilisé ici est le suivant : l'incertitude minimale permise par la théorie quantique est déterminée par le principe d'incertitude de Heinsenberg de l'équation 9.24. On n'a besoin de tenir compte que des composantes de l'axe des x parce que le mouvement ne se fait que le long de cet axe et qu'on veut y connaître l'incertitude Δx quant à la position. Étant donné qu'on veut l'incertitude minimale permise, on choisit l'égalité au lieu de l'inégalité dans la partie relative à l'axe des x de l'équation 9.24 ; on écrit donc

$$\Delta x\, \Delta p = \hbar.$$

Pour évaluer l'incertitude Δp_x sur la quantité de mouvement, il faut d'abord évaluer la composante de la quantité de mouvement p_x. Étant donné que la vitesse de l'électron v_x est très inférieure à la vitesse de la lumière c, on peut évaluer p_x à l'aide de l'expression non relativiste de la quantité de mouvement au lieu d'utiliser l'expression relativiste. On trouve alors

$$p_x = mv_x = (9{,}11 \times 10^{-31}\ \text{kg})(2{,}05 \times 10^6\ \text{m/s}).$$
$$= 1{,}87 \times 10^{-24}\ \text{kg} \cdot \text{m/s}.$$

L'incertitude sur la vitesse donnée est de 0,50 % de la vitesse mesurée. Puisque p_x dépend directement de la vitesse, l'incertitude Δp_x sur la quantité de mouvement doit être de 0,50 % de la quantité de mouvement :

$$\Delta p_x = (0{,}005\,0)p_x$$
$$= (0{,}005\,0)(1{,}87 \times 10^{-24}\ \text{kg} \cdot \text{m/s})$$
$$= 9{,}35 \times 10^{-27}\ \text{kg} \cdot \text{m/s}.$$

Le principe d'incertitude donne alors

$$\Delta x = \frac{\hbar}{\Delta p_x} = \frac{(6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s})/2\pi}{9{,}35 \times 10^{-27}\ \text{kg} \cdot \text{m/s}}$$
$$= 1{,}13 \times 10^{-8}\ \text{m} \approx 11\ \text{nm}, \qquad \text{(réponse)}$$

ce qui représente environ 100 diamètres atomiques. Étant donné votre mesure de la vitesse de l'électron, essayer de mesurer la position de l'électron avec une plus grande précision n'a aucun sens.

/Effet compton/ = Diffusion élastique d'un photon par un electron.

Exemple 9.5

Des rayons X d'une longueur d'onde de $\lambda = 22$ pm (énergie du photon = 56 keV) sont diffusés par une cible de carbone ; on mesure un angle de diffusion de 85° par rapport au faisceau incident.

a) Quel est le déplacement de Compton des rayons diffusés ?

SOLUTION : Le **concept clé** utilisé ici est le suivant : le déplacement de Compton est la variation de la longueur d'onde des rayons X occasionnée par leur diffusion, diffusion elle-même causée par des électrons faiblement liés dans une cible. De plus, selon l'équation 9.15, ce déplacement dépend de l'angle de diffusion des rayons X. Si on introduit la valeur de l'angle égal à 85° et la valeur de la masse de l'électron égale à $9{,}11 \times 10^{-31}$ kg (parce que la diffusion est causée par des électrons) dans l'équation 9.15, on obtient

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\phi)$$
$$= \frac{(6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s})(1 - \cos 85°)}{(9{,}11 \times 10^{-31}\ \text{kg})(3{,}00 \times 10^8\ \text{m/s})}$$
$$= 2{,}21 \times 10^{-12}\ \text{m} \approx 2{,}2\ \text{pm}. \qquad \text{(réponse)}$$

b) Quel pourcentage de son énergie initiale le photon du rayon X transfère-t-il à un électron dans une telle diffusion ?

SOLUTION : Ici, le **concept clé** consiste à déterminer la *fraction d'énergie perdue* (qu'on appellera *frep*) par les photons diffusés par les électrons :

$$frep = \frac{\text{énergie perdue}}{\text{énergie initiale}} = \frac{E - E'}{E}.$$

Selon l'équation 9.2 ($E = hf$), on peut remplacer l'énergie initiale E et l'énergie mesurée E' des rayons X par l'expression contenant des fréquences. Ensuite, selon l'équation 9.1 ($f = c/\lambda$), on peut remplacer ces expressions par celles contenant des longueurs d'onde. On trouve alors

$$frep = \frac{hf - hf'}{hf} = \frac{c/\lambda - c/\lambda'}{c/\lambda} = \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda'}$$
$$= \frac{\Delta\lambda}{\lambda + \Delta\lambda}. \qquad (9.16)$$

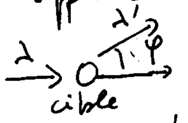
Si on insère les données, on obtient

$$frep = \frac{2{,}21\ \text{pm}}{22\ \text{pm} + 2{,}21\ \text{pm}} = 0{,}091 \text{ ou } 9{,}1\,\%. \qquad \text{(réponse)}$$

Bien que le déplacement de Compton $\Delta\lambda$ soit indépendant de la longueur d'onde λ des rayons X incidents (voir l'équation 9.15), la variation relative d'énergie du photon des rayons X dépend, elle, de λ ; elle augmente quand la longueur d'onde du rayon incident diminue, comme l'indique l'équation 9.16.

✔ **VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 3** : Comparez la diffusion de Compton des rayons X ($\lambda \approx 20$ pm) et celle de la lumière visible ($\lambda \approx 500$ pm), à un angle de diffusion particulier. Laquelle possède la valeur la plus élevée dans chacun des cas suivants : a) le déplacement de Compton, b) le décalage relatif de la longueur d'onde, c) la variation relative d'énergie du photon et d) l'énergie transmise à l'électron ?

Effet compton : un faisceau de photons λ (rayons X) arrivant sur un cible sont diffusés dans la direction ϕ et leur λ change $\to \lambda'$



$\lambda' > \lambda \to$ le photon a perdu de l'énergie et l'electron acquit de l'E_c

E_c de l'electron relativiste : $E_c = mc^2(\gamma - 1)$

conservation : $h\nu = h\nu' + E_c \leftarrow$ Energie

conservation $\vec{p}$: equation relativiste ......

$\hookrightarrow \lambda' - \lambda = \boxed{\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi)}$ déplacement compton.

Rem : $\frac{h}{mc} \sim \lambda_e$: λ compton de l'electron...