Ecole des Hautes Etudes en Sciences Sociales

Analogies et Interactions entre Temps et Modalité
Arthur Prior et son héritage

JEAN-BAPTISTE GUILLON

Mémoire de Master 2

Philmaster

sous la direction de M. le professeur Frédéric Nef

2007-2008

Table des Matières

Introduction

Μόνου γὰρ αὐτοῦ καὶ θεὸς στερίσκεται,
ἀγένητα ποιεῖν ἅσσ' ἂν ᾖ πεπραγμένα.
Car il y a une seule chose dont Dieu même est privé,
C'est de faire que ce qui a été fait ne l'ail pas été.
Agathon, cit. in *Ethique à Nicomaque*, VII, 2, 1139b10-11

Si Dieu même ne peut effacer le passé, c'est bien que cette impossibilité qui nous concerne au premier chef – et nous afflige parfois – ne tient pas à nos limitations humaines et contingentes, mais à quelque chose de plus fondamental, sans doute à la nature même du temps. Au premier abord, il semble que le passé soit relégué dans la catégorie des choses qui ne peuvent pas ne pas être, c'est-à-dire dans la catégorie de la nécessité. Tandis que l'avenir, à l'inverse, est le domaine propre de ce qui peut être ou ne pas être, le domaine du possible. Cette étroite correspondance entre les deux notions temporelles fondamentales (passé et futur) et les deux notions de ce que l'on appelle traditionnellement la *modalité* (possibilité et nécessité) suggère qu'il y a un lien ontologique fort entre ces deux composantes de la structure profonde de la réalité.

On pourrait même être tenté de réduire l'une des deux notions à l'autre. Réduction du temps à la modalité : le futur pourrait n'être que l'ensemble des possibilités ouvertes, ordonnées de telle et telle façon, et le passé pourrait n'être que l'ensemble des nécessités, ordonnées de telle et telle façon. Ou réduction de la modalité au temps : être possible ne voudrait rien dire de plus qu'être à venir à un moment ou à un autre ; et être nécessaire ... ne voudrait rien dire de plus qu'être passé à un moment ou à un autre ? On hésite à continuer ici le même parallèle : la réduction du possible à ce qui arrivera à un moment futur a pour elle une certaine intelligibilité, mais il serait beaucoup plus étrange de définir la nécessité comme ce qui s'est passé à un moment ou à un autre. De fait, les auteurs tels que Diodore Cronos qui ont défini la possibilité à partir de la notion de futur ont donné de la nécessité la définition suivante : ce qui est et sera toujours. La corrélation entre temps et modalité qui est prise en compte n'est plus alors l'affinité entre passé et nécessité d'une part, futur et possibilité d'autre part, mais plutôt entre permanence et nécessité d'une part, événement temporaire et possibilité d'autre part.

Quelle que soit l'analogie qu'on choisisse, elle aura donc ses limites : par exemple il est certain que la notion de présent a des affinités avec la notion d'actualité (le présent est cette partie du temps qui nous concerne directement, ou tout simplement cette partie du temps qui *est* le cas, tandis que le passé *n'est plus* et le futur *pas encore* ; de même, l'actuel est cette partie des possibles qui *est* le cas, tandis que le reste *pourrait seulement* être, voire ne pourrait pas être du tout pour l'impossible) ; mais s'il est clair par ailleurs que le présent est une limite entre passé et futur, entre quoi et quoi l'actuel pourra-t-il être pensé comme limite ? L'actuel serait-il la limite entre le nécessaire et le possible ? On imaginerait plutôt que l'actuel est *au milieu* des possibles, un possible parmi les autres, et que la limite propre du possible est l'impossible lui-même. Le présent apporte donc une restriction à l'analogie entre asymétrie passé/futur et asymétrie nécessaire/possible.

Mais l'analogie entre permanent/temporaire et nécessaire/possible a également ses difficultés car elle semble réduire à néant la différence entre le possible et l'actuel : tout ce qui est possible est en fait actuel à un moment ou à un autre de l'histoire de notre monde. Si le possible ne peut plus être conçu comme un riche pannel de situations non réelles, excédant la réalité, ne perd-on pas l'essentiel de cette notion ?

L'analogie entre temps et modalité n'est donc pas unique et triviale ; on aurait plutôt affaire à un ensemble d'analogies, d'affinités, et d'interactions assez complexes qui d'une part rendent humble devant les tentatives réductionnistes d'une notion à l'autre, mais d'autre part invitent à recenser, caractériser et ordonner les points de contact. Un premier élément pour ordonner cet ensemble complexe est la distinction suivante qui structurera notre étude : on peut s'intéresser soit à l'*analogie* qui existe entre temps et mondalité, soit aux *interactions*. En effet, deux entités peuvent très bien entrer en interaction dans la réalité en ayant très peu de points d'analogie (par exemple une bactérie et un arbre vivant en symbiose), et inversement deux entités peuvent très bien avoir de fortes analogies formelles sans jamais interagir dans la réalité (par exemple deux systèmes symbiotiques situés dans deux hémisphères différents). Lorsque nous disons que l'actuel est au possible ce que le présent est au temps, et que le nécessaire est au contingent ce que le permanent est au temporaire, c'est proprement une *analogie* que nous décrivons. En revanche, quand nous constatons qu'un événement est nécessaire du simple fait qu'il soit passé, nous nous intéressons plutôt à une *interaction* entre temps et modalité.

Nous avons tenu, dans ce mémoire, à aborder ces deux types de rapport fondamentaux, mais il est évident que nous avons dû, pour cela, faire des choix. Nous avons dû laisser de côté de nombreuses questions qui seraient incontournables si l'on entreprenait de donner un tableau complet des rapports entre temps et modalités dans les diverses théories contemporaines que cela concerne. Pour simplifier, on peut considérer qu'il y a trois domaines qui s'intéressent à ce problème, trois domaines qui abordent nécessairement des questions légèrement différentes. La ***métaphysique*** abordera par exemple les questions suivantes : les vérités modales supposent-elles un engagement ontologique du même type que les vérités temporelles ? Y a-t-il réellement une asymétrie modale entre passé et futur, interdisant la causalité inversée ? S'il y a une telle asymétrie, est-elle analytiquement vraie, i.e. est-ce que les notions modales font partie de la définition même de ce que sont passé et futur ? La ***logique philosophique*** et la ***philosophie du langage*** aborderont des questions légèrement différentes : les opérateurs modaux et les opérateurs temporels fonctionnent-ils de la même manière ? Peut-on appliquer un opérateur modal à une proposition temporalisée / non temporalisée ? Quelles analogies y a-t-il entre les inférences (strictement) temporelles et les inférences (strictement) modales ? Y a-t-il des inférences légitimes qui exhibent un rapport logique entre temps et modalité (par exemple : x est passé, donc x est nécessaire) ? Le dernier type d'étude enfin est celui de la ***linguistique contemporaine*** : pour quelles raisons le mode utilise-t-il les mêmes processus syntaxiques que le temps (adverbes, subordonnées, flexion verbale) ? Y a-t-il une flexion proprement modale, ou la modalité n'utilise-t-elle que la flexion temporelle ? Le futur est-il une flexsion modale ou temporelle ? Quelles sont les conséquences de l'*aspect* verbal (durativité, télicité, etc.) sur l'ontologie implicite du temps et sur les expression modales ? Toutes ces questions linguistiques font partie d'un champ d'investigation en plein essor actuellement, qu'on appelle le TAME (temps – aspect – modalité – évidentialité).

Les liens entre ces domaines sont évidemment très nombreux, mais les approches sont parfois très différentes et l'unification est encore à réaliser. Dans ce mémoire, qui est principalement un travail d'approche, nous avons choisi de partir de la logique philosophique dans l'idée qu'elle assurait le lien le plus naturel entre les deux autres domaines : même dans les discussions métaphysiques qui n'ont pas trait à la philosophie du langage et aux formalismes logiques en eux-mêmes, les logiques modale et temporelle sont devenues des outils de clarification indispensables. Quant à la linguistique formelle, elle a recours à une traduction de la langue naturelle dans un langage objet qui, bien souvent, n'utilise rien d'autre que les formalismes de la logique philosophique.

Même si l'essentiel de notre propos est de logique philosophique, notre parcours consiste néanmoins à mettre en évidence le lien avec les deux autres domaines. Le schéma est le suivant : à partir d'un problème philosophique, nous procédons à une investigation de la meilleure formalisation logique ; et la formalisation à laquelle nous arrivons en conclusion offre une base solide pour un traitement sémantique des langues naturelles dont nous exposons les rudiments.

Voici donc notre premier choix principal : centrer l'étude sur la logique philosophique comme pont entre les questions proprement métaphysiques et les questions linguistiques. A partir de ce choix, deux possibilités se présentaient à nouveau : en effet, il y a aujourd'hui dans la logique philosophique deux domaines importants qui ont des conséquences fortes sur le rapport temps/modalité. Il y a d'une part ce qu'on appelle les logiques de la nécessité historique, et d'autre part la logique des conditionnels. En logique des conditionnels, il est clair que la valeur contrefactuelle ou indicative des conditionnels n'est pas indépendante du temps (passé, présent ou futur) : Sabine Iatridou a proposé récemment un traitement unifié de la flexion passée comme exclusion, exclusion modale dans les conditionnels aussi bien qu'exclusion temporelle dans d'autres cas[1]. Cette question permet également d'établir un lien fort entre les questions météphysiques et les questions linguistiques, mais nous avons choisi de ne pas la traiter pour nous concentrer sur l'autre grand domaine, celui de la nécessité historique. Cet autre domaine a en effet deux avantages : il y a tout d'abord un avantage intrinsèque pour notre projet, c'est que la notion de nécessité historique (et la logique qui en découle) traite *directement* d'un problème d'interaction entre temps et modalité, tandis que la logique des conditionnels a seulement des *conséquences* (quelque importantes qu'elles soient) sur ce rapport. L'autre avantage est concerne plutôt la cohérence d'exposition : pour traiter des liens entre logique temporelle et logique modale, il est naturel de suivre les pas d'Arthur Prior qui a pour ainsi dire inventé la logique temporelle ; or la logique de la nécessité historique est clairement et directement une continuation contemporaine du projet prioréen, tandis que la logique des conditionnels semble beaucoup plus indépendante de cet auteur.

Notre plan suivra donc dans une large mesure le cheminement logique et philosophique d'Arthur Prior ; la nature des réflexions prioréennes nous permettra de conserver en même temps l'articulation conceptuelle entre *analogies* et *interactions*.

En effet, les premières recherches de Prior consistent à mettre en place une logique du temps qui soit l'*analogue* de la logique modale naissante, utilisant les mêmes formalismes, les

[1] Iatridou [2000].

mêmes axiomatisations, les mêmes outils sémantiques. Notre première partie consistera donc à examiner cette élaboration, à exposer ses justifications, et à interroger ses présuppositions. D'un point de vue historique, nous essaierons de montrer comment l'analogie entre les deux domaines a servi de moteur heuristique pour l'élaboration de la logique modale elle-même. Mais notre démarche ne sera pas strictement historique : elle visera également à placer le programme d'analogie prioréen dans le contexte des discussions très contemporaines sur le bien fondé d'une logique temporelle en général.

Notre seconde partie partira des logiques mixtes tempo-modales envisagées par Arthur Prior, c'est-à-dire des logiques s'intéressant à l'interaction logique entre la logique temporelle et la logique modale et non plus seulement à leurs analogies. Il y a en fait deux manières principales pour construire une logique de l'interaction tempo-modale, et nous montrerons que chacune de ces manières correspond à un des axiomes du Maître Argument de Diodore Cronos qui est en quelque sorte le point de départ des investigations prioréennes. La première manière est la logique diodoréenne proprement dite qui réduit totalement la modalité à la temporalité. La seconde est la logique de la nécessité historique. Nous n'accorderons pas le même traitement à ces deux voies, car la première était avant tout heuristique pour Prior, tandis que la seconde, liée au problème du déterminisme, portait en fait tous les enjeux philosophiques auxquels Prior voulait aboutir. L'accent que nous mettrons sur la nécessité historique correspond aussi, comme nous l'avons annoncé plus haut, à l'héritage considérable qu'a eu cette partie de la recherche prioréenne (tandis que la logique diodoréenne n'a pas eu, à notre connaissance, de continuateur).

Chapitre Premier : Arthut Prior et l'analogie entre logique temporelle et logique modale

D'un point de vue historique, l'invention de la logique temporelle et celle de la logique modale sont, sinon confondues, du moins intimement liées : certes C. I. Lewis a donné les premiers éléments de logique modale dès la fin des années 1910[2], soit une quarantaine d'années avant l'invention par Prior de la logique temporelle. Cependant, l'essor véritable de la logique modale telle que nous la connaissons aujourd'hui a dû attendre le début des années 1960, avec les travaux de Kripke, Hintikka, David Lewis, ... et Arthur Prior. Entre les années 20 et les années 60, le développement de la logique modale a été retardé par plusieurs facteurs, notamment le manque d'une sémantique et la profusion des axiomatiques difficiles à ordonner.

L'histoire de cette seconde naissance de la logique modale est assez connue, ainsi que les heuristiques qui y ont présidé ; nous nous attacherons ici seulement au rôle qu'a eu l'analogie entre temps et modalité dans ces heuristiques. Nous verrons en particulier l'influence de l'analogie temporelle sur deux heuristiques qui ont été fondamentales :

La première heuristique est le constat qu'un calcul « modal » peut servir à formaliser un très grand nombre de domaines de la réalité (ou du discours) : logique de la possibilité métaphysique évidemment, mais aussi de la possibilité physique, de la possibilité épistémique, logique déontique, logique agentive, ... jusqu'à la logique temporelle. Cette première heuristique a permis d'éclairer la notion *syntaxique* d'opérateur modal (ou « quasi-modal » comme dit Prior), et nous consacrerons donc un premier moment à l'étude de cette notion et à l'application qu'en fait Prior dans la logique du temps.

La deuxième heuristique est la parenté, remarquée par plusieurs auteurs, entre les calculs modaux naissants et les quantificateurs de la logique des prédicats. Ce constat a eu un rôle plus décisif encore que le premier dans la mesure où il a permis d'établir une *sémantique* modale, qui faisait si cruellement défaut à la logique de C. I. Lewis. Là encore, nous essaierons de montrer que l'analogie avec les opérateurs temporels dans les travaux de Prior a probablement favorisé l'invention de la sémantique qu'on appelle *intensionnelle*.

---

[2] C. I. Lewis [1918].

I. Syntaxe des quasi-modaux

1. La forme générale des phrases modales

Il n'est guère surprenant qu'il y ait quelque chose de commun entre les différents sens du possible (épistémique, physique, métaphysique, ...), et qu'il soit par conséquent possible de formaliser ces différents sens d'une manière semblable. On peut également admettre que les normes tombent sous cette même formalisation : en effet, n'ont-elles pas linguistiquement des formes extrêmement proches des notions de possibilité (les verbes « modaux » sont, dans beaucoup de langues, identiques pour indiquer la possibilité et la permission d'une part, la nécessité et l'obligation d'autre part) ? Mais qu'y a-t-il de commun en revanche entre ces domaines d'une part et l'agentivité ou la temporalité ?

La toute première réponse de Prior à cette question date de 1951 et se trouve dans un projet de livre jamais publié : « The Craft of Formal Logic ». Dans « The Craft », Prior distingue deux sortes de modaux : les modaux aléthiques et les quasi-modaux. Ces derniers regroupent toutes les sortes de calculs dont nous venons de parler. Il ne s'en tient pas à une classification mais donne la Forme Générale des Phrases Modales : « **It is ϕ that p** ».

Cette forme générale permet de rendre compte de la commune appartenance des logiques du possible (« it is logically possible that p », « it is physically possible that p »), mais aussi de la logique déontique (« it is permitted that p »), de la logique agentive (« it is done by the agent that p »). Prior fait même remarquer qu'on peut étendre à l'infini la liste des opérateurs modaux ainsi définis : il propose ainsi « it is written that p », « it is said that p », « it is evident that p », « it is provable that p », etc.

Prior fait enfin observer que cette caractérisation générale pourrait s'appliquer également au temps. Il rapporte cette proposition à la théorie de Pierre d'Espagne qui considére les distinctions adverbiales de temps comme des distinctions modales, et pour l'époque moderne à J.N. Findlay qui écrivait dès 1941 : « the calculus of tenses should have been included in the modern development of modal logics »[3]. L'idée commune à Pierre d'Espagne, Findlay et Prior, c'est qu'une phrase modale est composée d'une première phrase (un *dictum* pour les médiévaux) et d'un opérateur qui compose à partir de celle-ci une phrase nouvelle dont les conditions de vérité sont (généralement) différentes. Ou pour le dire plus brièvement, *un opérateur modal est un opérateur sententiel*.

[3] Findlay [1941]

A vrai dire, cette caractérisation n'est pas encore une définition, car il y a d'autres opérateurs sententiels que les opérateurs modaux. Même si l'on s'en tient aux opérateurs unaires (à un seul argument), il existe une classe de quatre opérateurs très particuliers, qu'on appelle *vérifonctionnels* car ils ne dépendent de rien d'autre que de la valeur de vérité de la phrase prise comme argument (c'est-à-dire que la valeur de vérité de la phrase composée est une fonction – éventuellement constante – de la valeur de vérité de la phrase argument). Ces quatre opérateurs sententiels pourraient tout à fait être exprimés sous la forme générale proposée par Prior :

- *affirmation* : « it is *the case* that p »
- *négation* : « it is *not the case* that p »
- *tautologie* : « it is *either the case or not the case* that p »
- *antilogie* : « it is *both the case and not the case* that p »

Les logiques qui considèrent ces opérateurs comme opérateurs sententiels à part entière n'ajoutent rien au calcul propositionnel classique. On peut certes les considérer comme des cas limites d'opérateurs modaux ; ils constituent alors les systèmes « modaux » Triv. (pour les deux premiers) et Ver. (pour les deux derniers). Mais les systèmes modaux au sens strict sont ceux qui *ajoutent* des modalités au calcul propositionnel classique, et par conséquent ceux que génèrent des opérateurs non vérifonctionnels. Nous pouvons donc à présent donner la définition générale : ***un opérateur modal est un opérateur sententiel non vérifonctionnel***.

Dans « The Craft », Prior ne pense pas encore à appliquer cette forme générale aux propositions temporelles. L'analogie en effet n'est pas absolument triviale, elle suppose d'accepter la traduction suivante :

- « x sera f » = « il sera le cas que x est f » = Fp (pour p = « x est f »)
- « x fut f » = « il fut le cas que x est f » = Pp (idem.)

Ce type de traduction-périphrase deviendra le langage commun de tous les ouvrages de Prior. Si on l'admet, alors la logique du temps et la logique du possible sont effectivement dans un rapport d'analogie forte : elles appartiennent toutes deux à un même type de logique, la logique des « quasi-modaux », qu'on appelle en fait aujourd'hui logique modale (au sens large). Mais s'il est vrai que cette traduction a pour elle une certaine plausibilité (on comprend intuitivement ce qu'elle veut dire, et il semble qu'on puisse substituer dans la plupart des cas dans le langage naturel), il est clair également qu'elle n'est pas totalement innocente. Nous allons aborder à présent les problèmes qu'elle pose.

2. *problèmes de la traduction des temps verbaux sous forme d'opérateurs sententiels*

Cette traduction mérite qu'on s'y attarde dans la mesure où tout le poids de l'analogie entre temps et modalité repose sur elle. Nous allons nous focaliser sur deux problèmes principaux, tous deux abordés par Prior dans le premier chapitre de *Past, Present and Future*. Pour chacun de ces problèmes, nous présenterons tout d'abord la démarche prioréenne, puis nous la discuterons à partir des discussions les plus contemporaines de ces questions.

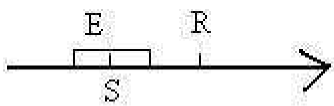
Le premier problème concerne la nature de « p » dans la traduction « il sera le cas que p » : on serait tenté de considérer que ce qui « sera le cas » est un *événément*, mais Prior montre que cette lecture est exclue si l'on veut avoir une vraie logique modale, i.e. si l'on veut pouvoir *itérer* les opérateurs. Pour cela, l'argument de l'opérateur temporel doit être une *proposition*.

Le second problème concerne la notion de proposition *complète* : dans la tradition frégéenne, une proposition n'est complète que si elle est *datée*, mais l'usage de propositions datées rend également impossible une logique temporelle.

Nous allons voir que ces deux enjeux correspondent assez bien aux deux conditions nécessaires pour avoir une logique modale (telles que nous les avons mises en évidence dans la partie précédente), à savoir à la nature d'un opérateur sententiel d'une part, et aux conditions de non trivialité d'autre part.

a. problème d'itérabilité des opérateurs modaux

Pour qu'un opérateur soit un opérateur sententiel, une condition nécessaire est qu'il soit un *modifieur*, c'est-à-dire une fonction dont le résultat est de même nature que l'argument, en l'occurence une phrase. Or cette simple condition interdit la lecture des temps verbaux comme prédicats d'événements pour la raison suivante : soit *e* = le-meurtre-de-HenryIV-par-Ravaillac, *P* = être passé (pour un événement) ; je peux noter *Pe* et cette notation est une formalisation plausible de la phrase « Ravaillac a tué Henry IV ». En effet, on pourrait admettre la traduction intermédiaire suivante « le meurtre de Henry IV par Ravaillac a eu lieu », comme on dirait « la guerre de Troie a eu lieu ». Mais le fait que cet événement ait eu lieu n'est pas à son tour un événement de second ordre (événement qui, quant à lui serait passé, mais aussi présent et à venir), autrement on aurait une régression à l'infini dans les ordres d'événements. Donc *e* et *Pe* ne sont pas de même nature, c'est-à-dire que *P* (respectivement *F*) n'est pas un modifieur. On pourrait se demander si cela empêche seulement de construire une logique *modale* du temps (telle que nous l'avons définie) ou si cela empêche plus radicalement tout calcul temporel. La réponse n'est pas évidente : en particulier, si l'on admet qu'un événement peut être temporellement étendu mais pas temporellement discontinu, on pourrait avoir les axiomes suivants pour une logique des prédicats temporels d'événements : $(\neg e \wedge Fe) \rightarrow \neg Pe$, $(\neg e \wedge Pe) \rightarrow \neg Fe$. C'est-à-dire : si un événement est strictement à venir (n'a pas encore commencé d'avoir lieu), il n'est pas un événement passé ; si un événement est strictement passé (a déjà fini d'avoir lieu), il n'est pas un événement futur. La faiblesse d'un tel calcul, c'est qu'il interdit les itérations des opérateurs : on ne peut pas noter *PPe* ou *FPe*, du fait que *e* et *Pe* ne sont pas de même nature. Prior considère cela comme une faiblesse pour deux raisons : tout d'abord parce que les temps composés tels que le passé antérieur et le futur antérieur montrent d'après lui un cas typique d'itération. Cette première justification (fondée sur un argument linguistique) est assez difficile à défendre : comme le montre Jack Copeland[4], si le passé antérieur était adéquatement formalisé par le *PPp* prioréen, il serait alors équivalent au passé simple sous l'hypothèse d'un temps continu ; et le futur antérieur *FPp* voudrait alors dire que *p* a été, est, ou sera le le cas au moins une fois dans le temps, alors qu'en général « *p* aura été le cas » implique que le moment où *p* est le cas est encore à venir. Copeland conclut de manière convaincante que, pour ce qui est des temps composés de la langue naturelle, l'utilisation des trois repères (E pour la période de l'*événement*, R pour le point de *référence*, S pour le point d'énonciation - *speech*) de Reichenbach[5] est beaucoup plus adaptée : par exemple la phrase « il aura fini bientôt fini » peut être schématisée de la manière suivante :



La deuxième raison pour laquelle Prior estime qu'il est utile de recourir à l'itération est beaucoup plus forte : l'itération semble indispensable pour exprimer des propriétés fondamentales de la structure temporelle telles que « si quelque chose est passé, il sera toujours passé ». Pour ce genre d'énoncés philosophiques sur le structure du temps, l'itération semble bien indispensable, et le fait qu'elle ne corresponde pas aux temps composés des langues naturlles n'a plus de pertinence.

[4] Copeland [1996], p. 64.
[5] Reichenbach [1947], p. 290.

Cette itération des opérateurs temporels est sans doute l'apport le plus décisif de Findlay dans « Time, a Treatment of some Puzzles » où l'on trouve les propositions suivantes :

x present = (x present) present

x future = (x future) present = (x present) future

ainsi que la première version de ce que Prior appellera *Findlay's Law* :

(x).(x past) future ; i.e. *all events, past, present and future,* will *be past*.

Comme on peut le voir dans cette explication de Findlay, il n'avait pas clairement conscience que l'itération des opérateurs temporels exigeait d'abandonner la lecture de ces opérateurs comme prédicats d'événements. C'est essentiellement à la lecture de C.D. Broad [1938] que Prior a pu apporter ce correctif aux intuitions de Findlay. Broad fournit en effet divers arguments pour refuser le caractère prédicatif des temps ainsi que la capacité des événements passés et futurs a avoir des propriétés temporelles.

Si Prior a pu construire une logique temporelle, c'est donc tout d'abord parce qu'il a accepté l'itérabilité des opérateurs temporels. Ce lien logique ne fait pas débat aujourd'hui, mais ce qui fait débat en revanche, c'est que Prior ait eu *raison* d'accepter cela. On trouve ces questions en particulier dans l'échange entre Lowe[92], Le Poidevin [93] et Lowe [93]. Lowe refuse l'itérabilité des opérateurs au motif qu'elle reposerait sur une « fallace indexicale » ; pour établir ce point, il montre le caractère incongru des constructions itératives dans d'autres domaines de l'indexicalité. L'indexicalité spatiale tout d'abord :

« It is ... no more intelligible to speak of an event as being 'present in the future' ... than it is to speak of an event as occurring 'here over there' »[6]

Puis l'indexicalité personnelle :

« "[It is] a past fact that the First World War is present" ... That sentence strikes me as being quite as anomalous as, say, the sentence "It is a fact about you that I am hungry" »[7]

Le Poidevin et Lowe ont tous deux conscience que ce refus est lié à la conception des opérateurs temporels comme prédicats d'événements et qu'il condamne tout projet de logique temporelle :

Lowe : « As for the fate of tense logic on my view, I would not be sorry to see its demise since I believe it to rest on a confusion (cf. Evans [1985], though he is ultimately less severe than I am). Pace Le Poidevin, an A-theorist can express claims about the topology of time without recourse to the iterated tenses of tense logic. Thus, to use Le Poidevin's own example,

[6] Lowe [1992], p. 324

[7] Lowe [1993], p. 172

the density of (future) time can readily be expressed in A-series terms in some such way as this: "If something will happen later than now, then something (else) will happen both earlier than that first thing and later than now" – I'm happy to accept the commitment to events that this formulation implies. »[8]

Le Poidevin : « whether or not expressions containing iterated tenses are genuinely incoherent depends on how we construe their logical form. If we treat tensed terms as predicates attaching to singular terms or bound variables, then iterations like "(event e is past) is future" are illformed. But what if we treat tensed terms as propositional operators, as in traditional tense logic (Prior 1967, p.15)? »[9]

Lowe et Le Poidevin sont donc d'accord sur les liens logiques qui dégagent deux positions et deux seulement :

	I	II
Nature des opérateurs	modifieurs	prédicats
Arguments des opérateurs	propositions	événements
Itérabilité	oui	non
Logique temporelle	oui	non

Là où ils ne semblent pas tomber d'accord, c'est sur l'ordre logique de l'argumentaire en faveur de la position I ou de la position II. Pour clarifier le débat, il faut distinguer les deux arguments suivants :

- pour I : une description de la topologie requiert du temps requiert la position I
- contre I (et *par conséquent* pour II) : l'itération est en elle-même incohérente

Pour établir que la logique prioréenne est *la meilleure* représentation du temps, il faut défendre le premier argument. Mais pour établir qu'elle est une représentation possible (non incohérente) du temps, il suffit de refuser le second. Donc si les deux arguments échouent, il demeure pertinent de faire une logique du temps. C'est cette conclusion modeste que nous cherchons ici. Il nous semble en effet que Lowe répond de manière satisfaisante à l'argument fondé sur la topologie : en donnant un aperçu d'une topologie décrite en termes d'événement, il montre que l'itération des opérateurs propositionnelle n'est pas *nécessaire* pour décrire la topologie du temps. En revanche, Lowe échoue à notre avis à montrer l'incohérence de la notion d'itérabilité en elle-même : la comparaison avec d'autres domaines d'indexicalité ne peut constituer à elle-même un argument, et Le Poidevin rappelle à juste titre que l'incohérence patente de l'itération à laquelle Lowe fait allusion tient simplement à ce qu'il

[8] Lowe [1993], ibid.
[9] Le Poidevin [1993], p. 163

conserve des prédicats d'événements ; cette incohérence disparaît donc dans la logique prioréenne classique.

Cette conclusion modeste ressemble à match nul, mais en réalité elle est plutôt favorable à l'établissement d'une logique prioréenne : en effet, si Lowe peut donner des aperçus d'une topologie du temps exprimée en termes d'événements, il n'en demeure pas moins que ces aperçus sont beaucoup plus complexes que la manière prioréenne de décrire la topologie. Si donc il est établi que le langage *le plus simple* pour décrire la topologie du temps n'est pas incohérent (ou du moins s'il n'est pas établi qu'il repose sur une incohérence), on a là une excellente raison de conserver ce langage. En résumé, la situation contemporaine du débat entre position I et position II est la suivante : il n'y a pas d'argument massue en faveur des opérateurs itérables, mais il n'y a pas non plus d'argument massue pour dire qu'ils sont incohérents, donc il n'y a pas de raison de ne pas les utiliser là où ils sont particulièrement pratiques.

Cet excursus dans les débats contemporains permet de montrer que Prior n'a pas « découvert » des solutions indiscutables aux problèmes de fondation de la logique temporelle mais qu'il a plutôt commencé à mettre en évidence les hypothèses et les choix philosophiques sous lesquels une logique temporelle est possible : pour suivre Prior, il faut admettre la I, ou du moins admettre qu'elle est expédiente et n'est pas incohérente.

Il y a pourtant une thèse que Prior liait au bloc I et qui ne semble pas lui être exclusivement attachée, c'est celle de la réalité et de l'irréductibilité de la série A. Lowe défend précisément cette réalité et même temps qu'il refuse le bloc I. L'idée de Prior était la suivante : si les opérateurs temporels peuvent être itérés (si F peut s'appliquer à FFp par exemple), c'est que la nature de l'argument est d'être quelque chose de temporalisé en série A (*tensed*) [10] donc toute proposition, même atomique, est par nature et irréductiblement temporalisée en série A :

« The building up of complexes like Findlay's '(x past) future' requires that tensing be an operation of which the subjects are themselves tensed sentences »[11].

L'idée est très proche du principe en vertu duquel l'argument des opérateurs temporels (itérés) doit être une proposition et non un événement. En effet, ce principe consiste à dire que l'argument d'un opérateur itérable doit être de même nature que son résultat. Mais cela exige

---

[10] pour plus de brièveté, nous appellerons « temporalisé » (tout court) ce qui est temporalisé en série A, et « daté » ce qui est temporalisé en série B.

[11] Prior [1967], p. 15.

seulement que l'argument ait le même type formel que le résultat : il n'exige pas par exemple que la négation ait toujours pour argument des propositions négatives sous prétexte qu'elle peut être itérée. Il n'est donc pas évident que la logique temporelle de Prior implique une théorie réaliste et irréductibiliste de la série A ; et si l'on accepte que la théorie de Lowe est au moins cohérente, l'implication réciproque ne vaut pas non plus. Nous nous en tiendrons donc au bloc I sans ajouter la thèse de réalité de la série A.

b. problème de la vérité éternelle des propositions datées

Accepter l'itération des opérateurs n'est pas suffisant pour rendre possible la logique temporelle (ou plus précisément pour la rendre non triviale) : en effet, si l'argument des opérateurs temporels n'est pas un événement, il reste à déterminer précisément ce qu'il est. Comme nous l'avons vu, la seule solution alternative est qu'il soit une proposition. Mais dans la tradition logique frégéenne, dominante à l'époque où Prior commençait ses investigations, pour être une proposition complète il faut avoir un référence temporelle explicite (en série B), comme par exemple dans la phrase suivante : « Ravaillac a tué Henry IV *le 14 mai 1610* ».

Cette conception de la proposition comme *proposition datée* constitue le deuxième problème fondamental que Prior a dû régler pour pouvoir fonder sa logique, car avec une telle notion de la *proposition* il est impossible de construire un calcul temporel non trivial. En effet, le fait que Ravaillac ait tué Henry IV le 14 mai 1610 (si l'on ne tient pas compte des problèmes d'indéterminisme) est une vérité éternelle ; il n'y a pas de sens à dire que ce fait soit tantôt vrai tantôt faux. Par conséquent, si l'on note h cette proposition, on aura non seulement h, mais aussi Ph et Fh, et même Hh et Gh[12]. Et cela vaut pour *toute* proposition datée ! Autrement dit, dans ce calcul temporel des propositions datées, on a l'axiome suivant : $p=Gp=Hp=Fp=Pp$. Nous avons certes obtenu des opérateurs sententiels, mais ils sont trivialisés. Nous avons donc satisfait au premier réquisit d'une logique modale (des opérateurs propositionnels qui soient des modifieurs) mais n'avons pas satisfait au second (que ces opérateurs ne soient pas vérifonctionnels, sinon le calcul modal est trivialisé)[13].

[12] où $H = \neg P \neg$, c'est-à-dire 'il a toujours été le cas que', et $G = \neg F \neg$, c'est-à-dire 'il sera toujours le cas que'.

[13] A vrai dire, on pourrait essayer une autre solution pour obtenir un calcul non trivial des propositions datées : la critique que nous venons de faire suppose de dire que la proposition « Ravaillac a tué Henry IV le 14 mai 1610 », est *vraie* en 1500, i.e. que la proposition ne retient rien du temps verbal passé (c'est une *dated untensed proposition*). On pourrait donc essayer un calcul des propositions à la fois datées et temporalisées (*dated tensed propositions*). Dans ce cas, la proposition 'h' serait fausse jusqu'au 14 mai 1610 inclus, puis vraie. On s'aperçoit vite qu'un tel calcul ne garde du contenu de la proposition que la date elle-même, si bien qu'on obtient en fait

Prior a trouvé la solution de ce deuxième problème à la lecture d'une notice faite par Peter Geach en 1949 pour le livre *Nicolaus of Autricourt* de Weinberg[14]. Dans cette notice, Geach fait remarquer qu'une proposition, chez les anciens et les médiévaux, ne requérait pas d'indication de date pour être *complète* : « for a scholastic, 'Socrates is sitting' is a complete proposition, *enuntiabile*, which is sometimes true, sometimes false ; not an incomplete expression requiring a further phrase like 'at time t' to make it into an assertion ». En considérant « Socrate est assis » comme proposition complète, Prior avait donc désormais les moyens de construire un calcul temporel non trivial, où les différentes modalités sont non équivalentes, tout en gardant des liens d'implication ; par exemple, *Gp* (« il sera toujours le cas que Socrate est assis ») implique *Fp* (« il sera le cas que Socrate est assis ») sans être impliqué par *Fp*. Dans les modalités composées, *HGp* implique, mais n'est pas impliqué par, *FPp*. Nous examinerons par la suite combien de modalités réellement différentes se dégagent de ce calcul temporel. Mais nous allons tout d'abord voir en quoi cette deuxième « solution » prioréenne est une thèse discutable, et encore discutée aujourd'hui.

Tout comme pour le problème des itérateurs propositionnels, on ne peut pas dire que Prior ait découvert une solution incontestable et universellement admise au problème des propositions datées : au contraire, l'idée d'une proposition non datée et néanmoins complète est véritablement une *thèse* qui continue de faire discussion. Pour considérer la manière dont cette thèse peut être défendue aujourd'hui, il nous faudra utiliser les termes de la pragmatique contextualiste qui permet de comprendre en quoi un *contenu propositionnel* n'a pas besoin d'être daté pour être évaluable.

Mais repartons tout d'abord des termes de la discussion à l'époque de Prior : il suffit de citer quelques lignes de Frege, exactement contemporaines de *Past, Present and Future*, pour se rendre compte que la thèse prioréenne ne faisait pas l'unanimité : « Une pensée n'est pas vraie à un moment et fausse à un autre ; elle est soit vraie soit fausse, *tertium non datur*. La fausse apparence qu'une pensée puisse être vraie à un moment et fausse à un autre vient d'une expression incomplète. Une proposition complète, ou une expression de pensée complète, doit aussi contenir un élément de date »[15].

---

ainsi un calcul des dates. Ce calcul n'est pas à proprement parler trivial, et il est assurément temporel, mais il n'est pas exactement ce que nous cherchons...

[14] Geach [1949].

[15] Frege [1967], p. 338 ; cité dans Evans [1985], p. 350.

Tout l'enjeu de la discussion entre Prior et ses opposants porte sur ce qu'est une propositin *complète*. Il convient donc d'expliciter cette notion. A partir de la remarque de Geach que nous avons citée un peu plus haut, on peut inférer la définition suivante :

***Est dite* complète *une proposition qui ne requiert aucun complément pour faire l'objet d'une assertion*.**

A partir de cette définition, on peut expliciter l'intuition qui se trouve derrière chacune des thèses : pour les anciens et pour Prior, à chaque fois que j'énonce « Socrate est assis », j'ai produit une assertion, i.e. que ce que j'ai dit est vrai ou faux en l'état et ne requiert pas que j'en dise davantage. Disons par exemple que cette assertion est vraie ; si j'énonce de nouveau « Socrate est assis » le lendemain et que mon assertion se trouve fausse, il y a un certain sens à dire que j'ai dit « la même chose », que mes deux actes de langages avaient « le même sens », ou encore qu'ils exprimaient « la même proposition ».

A l'inverse, un frégéen dira que la phrase « Socrate est assis » ne fait l'objet d'une assertion (et ne prend une valeur de vérité) qu'en vertu d'une date fixée par un indexical implicite. C'est-à-dire que l'on peut accepter de dire que l'énonciation « Socrate est assis » est vraie si elle vaut pour une forme abrégée de « Socrate est assis à la date présente ». Il y a donc bien un complément (implicite) qui permet à « Socrate est assis » de devenir une proposition complète. Or ce complément *change* si je prononce les mêmes mots le lendemain : l'expression « la date présente » désignera par exemple le 5 juin 420 av J.-C. puis le 6 juin 420 av. J.-C. Donc le *sens* de l'expression « Socrate est assis » n'est pas le même selon que je la prononce le 5 juin 420 ou le 6 juin 420 ; ou encore : ces deux actes de langage n'expriment pas « la même proposition ».

Cette opposition donne en fait les intuitions fondatrices du débat entre Contextualisme et Littéralisme, qui a pris de plus en plus d'importance en philosophie du langage depuis les années 70. Nous ne pouvons entrer ici dans le détail des discussions : nous utiliserons simplement une présentation très construite de l'état de l'art récent pour voir à quelles conditions on peut soutenir l'idée d'une proposition non datée complète[16].

Ce qui est indiscutable, qu'on soit littéraliste ou contextualiste, c'est que la valeur de vérité de l'expression « Socrate est assis » dépend du contexte de l'énonciation. Mais on peut distinguer un grand nombre de dépendances contextuelles, et c'est précisément sur la détermination du type de dépendance en jeu que littéralistes et contextualistes se divisent. Le point important dans une optique prioréenne sera de savoir si c'est le *contenude la proposition*

[16] Nous nous appuierons tout particulièrement sur Récanati [2007] qui offre un panorama très clair de ces débats.

lui-même qui dépend du contexte, ou si la date est apportée par le contexte à un *autre niveau* que celui du contenu propositionnel. Pour éclaircir cette question, on ne peut faire l'économie d'une présentation exhaustive des différents niveaux de dépendance contextuelle : entre l'énonciation comme événement sonore et la valeur de vérité, on distingue quatre niveaux différents, et donc trois étapes d'« inteprétation » dont chacune peut être responsable d'une certaine forme de dépendance contextuelle :

i. énonciation comme produit sonore (ou graphique)

ii. signification linguistique de la phrase (*linguistic meaning)*

iii. contenu propositionnel (*content*, ce qui est évalué)

iv. valeur de vérité

Le passage de i. à ii. peut dépendre du contexte de deux manières différentes :

A. **Determination de la langue** : la langue d'après laquelle les sons doivent être interprétés est donnée contextuellement.

B. **Désambiguation** : si quelqu'un dit « je suis ton père », le contexte me permettra de déterminer s'il s'agit du verbe 'suivre' suivi d'un COD ou du verbe 'être' suivi d'un attribut. La signification linguistique est différente dans l'un et l'autre cas. A l'issue de ces deux étapes en revanche (A et B), la signification linguistique est fixée, i.e. que la signification linguistique est ce qui est commun à toutes les occurences de la phrase « je suis[être] ton père », que cette phrase soit dite par Darth Vador à Luke[17] ou par Argante à Zerbinette[18]. Mais il y a aussi manifestement un certain sens du mot « signification » pour lequel ces deux occurences n'ont pas la même « signification ». C'est ce que vise précisément le concept de « contenu » propositionnel. Or le passage de la signification linguistique (ii.) au contenu propositionnel (iii.) est susceptible à son tour de deux types de dépendance contextuelle :

C. **Saturation** : Récanati [2007] appelle ainsi tout processus par lequel certains éléments de la signification linguistique requièrent de par leur nature un complément contextuel sans lesquels cette signification ne pourrait être évaluée. Par exemple « je » et « ton » dans « je suis ton père » doivent être rapportés aux personnages pertinents pour que la phrase soit vraie. Hors de tout contexte, la phrase « je suis ton père » a bien une signification linguistique complète, mais elle n'a pas de *content* complet, et c'est pourquoi elle n'est ni vraie ni fausse. La saturation correspond aux cas d'**indexicalité** (au sens large)[19].

[17] *La Guerre des Etoiles*, acte VI, scène 25.

[18] *Les Fourberies de Scapin*, acte II, scène 11.

[19] Récanati distingue encore deux types de Saturation : le premier (C1) correspond aux cas où les éléments « insaturés » donnent une règle explicite de détermination du contenu quelque soit le contexte ; c'est l'**indexicalité au sens étroit**, ou token-reflexivity. Dans le second cas en revanche (C2), il n'y a pas de règle

D. **Modulation** : le contenu d'une expression peut être modifié par le contexte sans qu'aucun élément linguistique de l'expression ne requiert une saturation. C'est-à-dire qu'à défaut de la modulation donnée par le contexte, l'expression aurait eu un certain contenu, différent de celui qu'elle reçoit dans le contexte modulant.

On peut penser que le contenu propositionnel est suffisant pour déterminer la valeur de vérité de toute expression, c'est-à-dire que le dernier passage, de iii. à iv. n'est pas susceptible d'un certain type de dépendance contextuelle. Mais même lorsqu'on soutient cette thèse, il convient pour la clarté du débat de nommer clairement cette dépendance dont on refuse alors l'existence :

E. **Détermination de la circonstance** : le processus qui permet de passer du contenu propositionnel à la valeur de vérité est l'évaluation proprement dite ; on peut donc considérer avec Lewis et Kaplan que, pour un contenu propositionnel fixe, des caractéristiques différentes du processus d'évaluation peuvent entraîner l'attribution de valeurs de vérités différentes. Lewis appelle ces caractéristiques « index »[20] ; Kaplan les appelle « circumstance of evaluation »[21].

A partir de ces distinctions, on peut reformuler de manière plus précise les engagements philosophiques d'une position prioréenne par rappport à la position de Frege :

Pour Prior, l'élément contextuel qui permet d'évaluer « Socrate est assis » à chacune de ses occurences est un élément qui détermine la circonstance d'évaluation et non le contenu évalué. Ce dernier reste identique quel que soit le moment d'énonciation. (dépendance **E**)

Pour Frege, l'élément contextuel détermine le contenu évalué lui-même, qui reste insaturé tant qu'une référence temporelle ne lui a pas été fournie. Les différentes occurences de « Socrate est assis » ont seulement la même signification linguistique, mais n'ont pas le même contenu propositionnel. (dépendance **C**).

La force principale de la thèse Prioréenne est l'analogie avec la modalité : en effet, si un frégéen dit qu'une proposition doit être directement évaluable sans que le processus d'évaluation apporte le moindre index contextuel, alors le monde possible devrait être précisé *dans le contenu propositionnel* lui-même. C'est-à-dire que la proposition exprimée par « Socrate est assis » serait en fait « Socrate est assis à t0 dans w0 ». Mais on perd alors un

générale et la saturation n'est déterminée que d'après des règles de saillance contextuelle ; par exemple « John's car » peut désigner la voiture qu'a achetée John, celle qu'il pense acheter, celle qu'il vient de dessiner, etc. Ce cas est appelé **mere under-specification**.

[20] Lewis [1970].

[21] Kaplan [1989].

élément fondamental de la notion de « proposition » : une proposition est précisément ce qui permet, au-delà de la simple valeur de vérité d'une phrase (de son extension), de rendre compte de son *sens* (de son intension). Pour ce faire, la proposition est traditionnellement conçue comme une fonction des mondes possibles vers les valeurs de vérité (ou comme un ensemble de mondes possibles, ce qui revient au même). Autrement dit, pour que la proposition puisse jouer son rôle essentiel dans la théorie du *sens* des phrases, il faut accepter la thèse suivante :

« [Duality] To get a truth-value, we need a circumstance of evaluation as well as a content to evaluate. (As Austin puts it, 'It takes two to make a truth') »[22].

Comme le montre Récanati un peu plus loin, Frege acceptait en fait une version de cette thèse pour rendre compte des phrases fictionnelles qui d'après lui ont un contenu mais pas de valeur de vérité faute d'être rattachées au monde actuel. Mais accepter cette thèse est plutôt favorable à la théorie prioréenne pour la raison suivante. La thèse de dualité revient à dire que, pour un domaine au moins (la modalité), la dépendance **E** est indispensable à une bonne théorie de la proposition, i.e. qu'un contenu propositionnel peut être « complet » quand bien même un index est requis dans le processus de son évaluation. Dès lors, pourquoi ne pas faire entrer dans cet index davantage d'éléments d'information que le monde actuel, à commencer par le temps présent ?

La « proposition complète » que l'on obtient alors n'est plus un ensemble de mondes possibles (e.g. l'ensemble de tous les mondes possibles dans lesquels il est présentement le cas que Socrate est assis), mais un ensemble de situations passées, présentes ou futures, actuelles ou contrefactuelles (e.g. l'ensemble de toutes les situations dans lesquelles Socrate est assis). Cet ensemble représenterait le *sens* de la phrase « Socrate est assis ». Cette théorie a l'avantage de rendre compte de façon assez simple de la manière dont nous apprenons le sens d'une telle phrase : nous l'apprenons à partir d'un ensemble de situations passées où elle est vraie (et dont nous avons fait l'expérience). Si le sens d'une phrase était fonction seulement des mondes possibles, il faudrait l'apprendre à partir d'une certaine expérience des mondes contrefactuels où elle est vraie, ce qui semble plus difficile.

Pour soutenir qu'une proposition non datée est une proposition incomplète, un frégéen doit donc bloquer l'analogie avec la modalité, i.e. montrer pourquoi le problème d'incomplétude se pose pour le temps et *pas* pour la modalité. Or il n'est pas si facile de trouver une formulation qui explique pourquoi la modalité ne pose pas de problème de

[22] Récanati [2007], ch. 1.

complétude et qui ne soit pas transférable en termes temporels. Voici le résumé par Récanati de l'explication de Evans [1985] :

« As Evans points out, the problem of semantic incompleteness does not arise in the modal case. Even if a thought is said to be 'true at' one world and 'false at' another, as in modal logic, this does not prevent it from being true (or false) tout court. It is true tout court iff it is true-at the actual world. But the 'thought' that it is hot cannot be evaluated as true or false tout court. In the absence of a contextually supplied time it can only be ascribed relative, 'truth-at'-conditions. »

On pourrait, me semble-t-il, proposer exactement la même formulation pour le temps : « même si une pensée est dite 'vraie pour' un temps et 'fausse pour' un autre, cela ne l'empêche pas d'être vraie (ou fausse) tout court. Elle est vraie tout court ssi elle est vraie-pour le temps présent. » Cette formulation n'est qu'une manière de développer l'intuition explicitée dès le début de la discussion : « dans tous les cas où quelqu'un dit 'il fait chaud' ou 'Socrate est assis', on peut directement évaluer s'il dit vrai », puisqu'on l'évalue présentement.

Pour être plus précis, Récanati distingue *deux* manières de répondre à Frege-Evans pour défendre la notion prioréenne de propositions complètes non datées : le Relativisme Radical et le Relativisme Modéré, que l'on peut comprendre comme deux raisons différentes qui peuvent faire qu'une proposition est complète. Si l'on se rappelle qu'une proposition est complète ssi elle ne requiert aucun complément avant de pouvoir être évaluée, on voit qu'il y a deux cas possibles : soit la proposition ne requiert absolument aucun complément, i.e. qu'elle est intrinsèquement attachée à une valeur de vérité que le processus d'évaluation ne fait qu'exhiber. Soit la totalité des compléments qu'elle requiert seront donnés lors du processus d'évaluation lui-même et donc il n'y a plus besoin de processus « préalables » tels que la saturation. Le relativisme radical de Prior soutient que les propositions non datées sont du premier type ; le relativisme modéré de Récanati qu'elles sont du second type.

Il me semble que la différence entre les deux positions peut se comprendre au niveau sémantique comme une différence de structure entre les modèles : un modèle où l'évaluation dépend des temps est un modèle dans lequel à chaque temps est associé une fonction d'interprétation différente ; par exemple, à t1 est associée la fonction d'interprétation minimale F1 telle que F1(**assis**)={SOCRATE ; GORGIAS} et à t2 la fonction F2 telle que F2(**assis**)={GORGIAS}. Le relativisme modéré consiste à dire que la phrase « Socrate est assis » (tout court) est interprétée *pour un temps t0* qui joue le rôle de centre temporel du modèle et auquel est associé également une fonction d'interprétation F0, e.g. telle que F0(**assis**)={ SOCRATE}. Le relativisme radical consiste à dire que l'évaluation ne va chercher aucun temps particulier dont dépendrait la fonction d'interprétation pertinente, i.e. qu'il y a une fonction d'inteprétation *neutre* qui est l'ensemble de ce qui est le cas par opposition à ce qui *n'est pas* (plus, pas encore, pas dans ce monde) le cas. Ou pour le dire autrement, le « temps présent » n'est pas un *temps* du modèle. Ceci suppose qu'il y a un modèle différent pour chaque date, i.e. que le passage du temps correspond à un *changement* de modèle, alors que dans le relativisme modéré, un même modèle est utilisé quelque soit la date de l'évaluation. Cette modélisation n'est pas traditionnelle, mais elle me semble utile si l'on veut rendre compte du fait (accepté par Frege et Evans dans le cas de la modalité) que le monde actuel n'est pas un complément apporté au contenu évalué lors de l'évaluation ; et si on accepte une telle modalisation pour la modalité, rien n'empêche *a priori* de l'étendre à la temporalité.

Notre conclusion pour le problème des propositions complètes non datées est assez semblable à notre conclusion concernant l'itérabilité des opérateurs : nous estimons qu'il n'y a pas d'argument décisif pour établir l'incohérence d'une position relativiste. L'argument d'inintelligibilité des 'truth-at conditions' ne pourrait fonctionner que si l'on parvenait à montrer pourquoi il ne vaut pas pour la modalité, ce qui n'a pas été fait de manière totalement probante. Le relativisme modéré n'est donc pas incohérent, et il est même assez probant en philosophie du langage ; or ce type de relativisme est suffisant pour défendre la thèse de propositions complètes non datées. Prior défendait un relativisme plus radical qui n'est pas indispensable à l'établissement de sa logique, mais nous soutenons que, même pour ce relativisme radical, il n'y a pas d'argument établissant son incohérence ; si donc on a des raisons d'accepter un tel relativisme (par exemple des raisons philosophiques concernant la réalité du *flux temporel* contre la *tapestry view of time* pour reprendre les termes de Prior), rien n'empêche pour l'instant de maintenir une telle thèse.

Nous soutenons donc que la représentation du temps à l'aide d'*opérateurs propositionnels* prenant comme argument des *propositions (complètes) non datées*, malgré les problèmes qu'elle soulève, n'a pas rencontré d'objections décisives établissant son caractère incohérent, et que, par conséquent, il est légitime (par exemple pour décrire la topologie du temps) de construire une syntaxe « quasi-modale » (ou intensionnelle) du temps. Cette syntaxe contiendra les quatre opérateurs suivants : les duaux F et G (il sera toujours le cas que), et les duaux P et H (il a toujours été le cas que).

II. sémantique intensionnelle et interprétabilité philosophique

Une fois que l'on a admis que les opérateurs temporels peuvent être traités comme des opérateurs modaux (ou « quasi-modaux » selon le terme de Prior), il reste à situer la logique temporelle (ou éventuellement *les* logiques temporelles) au sein des logiques modales. En effet, une des caractéristiques de la logique modale est la profusion des axiomes différents que l'on peut admettre pour former différents systèmes modaux tous aussi consistants les uns que les autres. C'est pour situer la logique temporelle au sein des logiques modales, que nous allons avoir besoin de passer à présent à la *sémantique* des logiques modales (et non plus seulement leur syntaxe), pour des raisons que nous allons exposer bientôt. Dans "Alternative Systems of Logic"[23], C.I. Lewis a donné le tout premier panorama des systèmes modaux, sous la forme de cinq systèmes notés de S1 à S5 en fonction de la force de leurs axiomes, chaque système étant plus fort que son prédécesseur. Une vingtaine d'année plus tard, von Wright[24] propose un second panorama comprenant trois axiomatiques M, M' et M'' également ordonnées selon leur force.

A l'époque où Prior entreprend de construire une logique du temps (dans les années 50), cette diversité des systèmes modaux n'est pas conçue comme un point fort de la logique modale. Au contraire la diversité des axiomatisations possibles donne alors le sentiment d'une jungle au sein de laquelle on ne peut se frayer un chemin que de manière arbitraire. C'est cette impression qui a ralenti énormément l'investigation et la classification des différentes syntaxes modales entre les travaux fondateurs de C.I. Lewis et l'explosion de la logique modale dans les années 60. Qu'est-ce qui a permis cette explosion ? C'est principalement le fait d'avoir pu donner à la syntaxe modale une sémantique adaptée ; cette sémantique a permis en effet de montrer que les différents axiomes n'étaient pas autant de possibilités arbitraires mais correspondaient à des structures précises dans la sémantique correspondante.

C'est pour cette raison que nous ne présenterons la syntaxe temporelle de Prior qu'après avoir donné les moyens d'interpréter chacun de ses axiomes dans une sémantique adaptée ; l'ordre historique de la découverte est évidemment différent de cet ordre d'exposition. Nous verrons plus loin que l'ordre historique est en fait franchement détourné puisqu'il passe à l'origine par une axiomatisation de la logique modale (au sens strict du possible et du nécessaire) de Diodore Cronos, cette dernière *dépendant* d'une logique temporelle.

---

[23] Lewis [1932].
[24] Von Wright [1951].

1. *rôle du temps dans l'invention de la sémantique des mondes possibles*

En dépit de contingences historiques de l'ordre de la découverte, ce n'est pas totalement un hasard si l'invention de la sémantique des mondes possibles a été contemporaine de la naissance de la logique du temps. Nous essaierons de montrer que cette dernière a eu un rôle moteur très net parce que les deux éléments décisifs pour pouvoir construire une sémantique modale étaient disponibles de manière assez évidente dans la théorie du temps, bien plus que dans la théorie de la possibilité et de la nécessité. Le rôle du temps apparaîtra au fur et à mesure, mais citons déjà les deux éléments en question qui régissent le plan de ce paragraphe : le premier élément fondamental pour l'invention des sémantiques modales est le *domaine de quantification* ; le second élément est une *relation sur ce domaine* (relation d'accessibilité).

a. le domaine de quantification des opérateurs modaux

Le rôle d'Arthur Prior dans l'invention du domaine de quantification a été double : tout d'abord il a été l'un des nombreux auteurs modernes à remarquer une analogie très forte entre les calculs modaux et le calcul des prédicats (à cet égard l'analogie avec le temps), mais d'autre part il a été le premier à tirer de ces analogies quantification/modalité l'idée d'une véritable quantification modale sur un domaine propre (et c'est à ce niveau que l'intérêt de Prior pour la logique temporelle a eu un rôle décisif comme nous le verrons). Notre démarche sera la suivante : après avoir exposé les analogies telles qu'elles apparaissent dans la logique contemporaine, nous rappellerons brièvement l'histoire des différentes découvertes concernant ces analogies ; enfin nous en viendrons aux deux rôles de Prior : l'idée d'un domaine de quantification modale et le domaine du temps comme solution à ce problème.

Si l'on compare les présentations contemporaines de la logique modale et de la logique des prédicats, le parallèle est frappant :

	Logique des prédicats	Logique modale
Symbole primitif	$\forall$	L
Règle de formation	si Ax est une FBF contenant la variable d'individu libre x, $\forall xAx$ et $\exists xAx$ sont des FBF	si φ est une FBF, $L\varphi$ et $M\varphi$ sont des FBF
Symbole défini (duale)	$\exists x\varphi$ =df $\neg\forall x\neg\varphi$	$M\varphi$ =df $\neg L\neg\varphi$

Ax 1 (closure sous l'implication stricte)	$\forall x(\varphi \to Ax) \to (\varphi \to \forall xAx)$ (axiome LQ1)	$L(p \to q) \to (Lp \to Lq)$ (axiome K)
Ax 2 (duale fort)	$\forall xAx \to At$ (axiome LQ2)	$Lp \to p$ (axiome T)
Règle de transformation	de $\vdash \varphi$ inférer $\vdash \forall x\varphi$ (généralisation universelle)	de $\vdash \varphi$ inférer $\vdash L\varphi$ (nécessitation)

Il est important de remarquer que ce tableau ne sélectionne pas *certains* éléments de la logique des prédicats en fonction de leur analogie avec la logique modale. La colonne de gauche donne au contraire la définition même de la logique des prédicats. La colonne de droite donne également les éléments suffisants d'une logique modale (le système **T**) ; elle ne donne pas cependant les éléments nécessaires de *toute* logique modale, car on peut construire une logique modale en se passant de l'axiome T, donc en ne gardant que l'axiome K. Cependant, l'axiome T a une telle plausibilité que dans les années 50 il était en fait accepté (ou du moins démontrable) dans les systèmes modaux normaux les plus faibles, aussi bien le **S4** de Lewis que le **M** de Von Wright. A cette époque, la présentation de la logique modale n'étant pas standardisée, l'analogie terme à terme avec la logique des prédicats était évidemment moins frappante (c'est particulièrement vrai de la présentation de **S1** avec ses six axiomes de l'implication stricte où l'opérateur modal n'est pas présent explicitement ; la présentation de Von Wright commence à rendre l'analogie plus visible).

Si frappant qu'il soit, ce parallélisme dans les axiomatiques actuelles est en large partie le *résultat* des remarques de différents chercheurs sur l'analogie modalité/quantification. D'un point de vue plus historique, les analogies sont apparues de manière légèrement différente, comme le montre Prior dans « The Parallel between Modal Logic and Quantification Theory »[25]. Prior fait remonter le premier parallèle à la distinction aristotélicienne entre négation interne et négation externe : au chapitre 7 du *De Interpretatione*, Aristote montre que la négation interne de 'tout homme est blanc' (soit 'tout est non-blanc') n'est pas équivalente à la négation externe (soit 'il n'est pas le cas que tout homme est blanc') ; de même au chapitre 12, Aristote souligne que la négation interne de 'il est nécessaire que p' (soit 'il est nécessaire que non-p') n'est pas équivalente à sa négation externe (soit 'il n'est pas nécessaire que p'). Plus précisément, la négation interne d'une proposition universelle équivaut à la négation externe de la proposition particulière ('tout homme est non-blanc' équivaut à 'il n'est pas le cas que quelque homme est blanc'), et de même, la négation interne d'une proposition

[25] Prior Fine [1977], p. 9-27.

nécessaire équivaut à la négation externe de la proposition contingente (‘il est nécessaire que non-p’ équivaut à ‘il n’est pas possible que p’). Prior rappelle que ces équivalences étaient également bien connues à l’époque médiévale sous le nom d’*aequipollentia*, et qu’elles étaient clairement formalisées de la manière suivante (au symbolisme près) : $\forall x\varphi \equiv \neg\exists x\neg\varphi$, $L\varphi \equiv \neg M\neg\varphi$. Ce point correspond donc essentiellement au rapport d’interdéfinition des deux symboles duales (c’est-à-dire à la troisième ligne de notre tableau).

A l’époque contemporaine, l’analogie a été mise en évidence par plusieurs chercheurs ; avant d’arriver à Prior lui-même nous nous intéresserons aux apports décisifs de Carnap et de Montague. L’article principal de Carnap sur le sujet, à savoir « Modalities and Quantification »[26], date de 1946. Carnap n’envisage ici le lien entre quantification et modalité que pour un sens très restreint de la modalité : celui de la nécessité *logique* et de la possibilité *logique*, expliquées par son concept sémantique de L-détermination. La contribution de Carnap à l’invention de la sémantique modale est cependant ambiguë du fait de cette restriction et du caractère anti-sémantique qu’elle implique comme nous allons le voir à partir des deux approches qu’il donne de la notion de L-vérité[27] :

> *Defintion*. A sentence $\Im_i$ is ***L-true*** (in S_I) =df *Si* holds in every stat-description (in S_I).

A partir de cette définition, on a bien l’explicitation de la nécessité (logique) par une quantification sur un certain ensemble (celui des descriptions d’état SD). Il semble donc qu’il n’y ait plus qu’un changement de terme à effectuer pour obtenir la définition générale de la sémantique modale comme quantification sur les mondes possibles. Pourtant Carnap donne à sa propre définition une interprétation qui interdit en fait toute *sémantique* modale :

> *Convention*. A sentence $\Im_i$ is ***L-true*** in a semantical system S iff $\Im_i$ is true in such a way that its truth can be established on the basis of the semantical rules of the system S alone, without any reference to (extra-linguistic) facts.

En définissant la nécessité (logique) en termes de L-vérité, on obtient donc le résultat suivant : ce qui fait qu’une phrase de S est nécessaire, c’est uniquement les règles du langage S et non les faits du monde ; il ne sert donc à rien de donner un modèle du monde pour en rendre raison. Carnap interdit ainsi toute sémantique modèle-théorétique de la nécessité.

Cinq ans après Carnap, Montague[28] propose une nouvelle présentation des rapports entre quantification et modalité. L’intérêt de l’article de Montague est de faire voir que cette analogie ne vaut pas seulement pour la nécessité logique ; il l’étend en effet à la nécessité

---

[26] Carnap [1946]
[27] Carnap [1947], p. 10.
[28] Montague [1951].

physique et à la logique déontique, avec à chaque fois une façon différente d'utiliser la quantification. Cette même année 1951, dans l'avant-dernier chapitre de « The Craft », Prior remarque à son tour l'analogie, de manière apparemment indépendante de Carnap, qu'il ne cite pas parmi ses sources[29] :

« For the similarity of behaviour between signs of modality and signs of quantity, various explanations may be offered. It may be, for example, that signs of modality are just ordinary quantifiers operating upon a peculiar subject-matter, namely possible states of affairs. »[30]

C'est sans doute cette intuition qui a amené Prior à s'intéresser à la théorie diodéréenne des modalités. Nous développerons plus tard cette logique elle-même ; pour l'instant, nous remarquerons seulement qu'elle a une grande efficacité heuristique pour élaborer une sémantique quantificationnelle des opérateurs modaux. En effet, la théorie diodéréenne des modalités établit une équivalence entre « il est possible que p » et « soit p est le cas, soit p sera le cas ». En ramenant la modalité au temps, la théorie diodéenne fournit directement et de manière triviale ce qui est sans doute le plus difficile à théoriser dans la sémantique quantificationnelle des opérateurs modaux, à savoir un *domaine* de quantification. De même que *Fp* est vrai ssi il existe un *temps de telle et telle sorte* pour lequel *p* est le cas, de même pour Diodore Cronos, *Mp* est vrai ssi il existe un *temps de telle et telle sorte* où *p* est le cas. Ces réflexions furent menées par Prior dans la deuxième moitié des années 50 (à l'occasion notamment de ses John Locke Lectures de 1956)[31], et c'est en partie à partir de l'étude et de la discussion de ces thèses que Kripke[32] a pu donner au début des années 60 la version quasi définitive de la théorie de la quantification sur les mondes possibles comprise enfin explicitement comme une *sémantique* de la logique modale[33].

Reprenant un catégorie carnapienne, cette sémantique sera appelée *intensionnelle* : pour Carnap, l'intension d'une phrase est la proposition qu'elle exprime, c'est-à-dire l'ensemble des descriptions d'état dans laquelle elle vaut. Une autre façon de présenter les choses est de

---

[29] il mentionne seulement John Wallis (un logicien du 17[eme]) et le *Tractatus* de Wittgenstein.
[30] cit. in Copeland [1996] ; « The Craft of formal logic » n'a jamais été publié.
[31] Prior [1957].
[32] Kripke [1963].
[33] Il est important de noter que l'invention de la sémantique modale ne marque pas le terme des réflexions sur l'anologie modalité/quantification, ou plutôt sur la triple analogie modalité/temps/quantification : non seulement ce thème occupera Prior jusqu'à sa mort, et son élève Kit Fine après lui, qui sera l'éditeur de *Worlds, Times and Selves*, mais cette analogie a été érigée très récemment par Philippe Schlenker [2005] en véritable programme de recherche sémantique dans « Ontological Symmetry in Language : A Grief Manifesto ». Nous reviendrons brièvement sur ce point dans la conclusion de notre étude qui proposera un argument original en faveur du programme de Schlenker.

dire que l'intension d'une phrase est une fonction qui prend pour argument une description d'état et retourne une valeur de vérité (le vrai si la phrase vaut dans cette description d'état, le faux sinon). Ceci nous ramène à l'idée déjà discutée que les propositions ne sont pas directement attachées à des valeurs de vérité, mais sont plutôt des fonctions qui, pour retourner une valeur de vérité, doivent recevoir un certain argument, qu'on appelle un index.

A ce propos, la présentation carnapienne des notions d'intension et d'extension pourrait peut-être favoriser la lecture relativiste radicale pour la raison suivante : l'extension et l'intension d'une phrase (i.e. sa valeur de vérité et la proposition qu'elle exprime) sont présentées par Frege comme deux entités irréductibles l'une à l'autre quoi qu'elles ne soient évidemment pas sans lien. Si l'une était réductible à l'autre, la bonne théorie de la phrase rattacherait en fait la phrase à l'entité fondamentale, et médiatement à l'entité réductible. Or dans la préface de *Meaning and Necessity*, Carnap insiste sur le fait que l'originalité de sa méthode est son caractère *binaire* :

« [All other methods] regard an expression in a language as a name of a concrete or abstract entity. In contradistinction, the method here proposed takes an expression, not as naming anything, but as possessing an intension *and* an extension ».[34]

Cette insistance suggère que la valeur de vérité d'une phrase (son extension) n'est pas réductible à son intension ; cela semble donc contraire à la théorie relativiste modérée pour laquelle une phrase n'a de valeur de vérité que *via* son intension, i.e. par la proposition qu'elle exprime à un index actuel w0 ou t0. Evidemment, on ne peut embrigader Carnap sous la bannière du relativisme radical, mais il peut être intéressant de noter que la manière dont il présente sa théorie de l'intension et de l'extension est en fait assez favorable à une telle thèse.

b. la relation d'accessibilité

Nous venons de voir pour quelles raisons la sémantique adaptée de toute logique modale (y compris la logique temporelle) était un calcul quantificationnel sur les « mondes possibles » (ces « mondes possibles » étant des instants ou des moments pour la logique temporelle). Pour la nécessité logique telle qu'elle est étudiée par Carnap, il est suffisant de donner le domaine de quantification pour rendre compte du calcul quantificationnel :

Mp est vrai ssi il existe une SD où p est vrai.

Lp est vrai ssi pour toute SD p est vrai.

[34] Carnap [1947], p. iii.

C'est-à-dire, plus explicitement, que l'opérateur de nécessité et l'opérateur de possibilité quantifient *sans restriction* sur le domaine des descriptions d'état. Une telle quantification sans restriction donne un système modal unique, et très fort, le système **S5** de Lewis. Pour pouvoir rendre compte sémantiquement de la diversité des syntaxes de Lewis, il donc fallait introduire une *restriction* de la quantification sur ce domaine ; dans la logique du possible, l'outil de restriction sera appelé « relation d'accessibilité » mais nous allons voir présent que l'analogie avec la temporalité a eu, ici encore, un rôle heuristique important chez Prior, grâce à la notion générale des *property-calculus*.

Nous allons donc partir de la logique du temps pour montrer qu'un raisonnement trivial amène à relativiser la quantification des opérateurs temporels (quasi-modaux), et à la relativiser au moyen d'une relation binaire entre des « individus temporels » dont les propositions deviennent des prédicats.

En effet, si nous utilisons une sémantique des opérateurs temporels sur le modèle de la définition carnapienne des modalités (c'est-à-dire comme quantificateurs sans restriction), on voit très vite que quelque chose manque :

Fp est vrai ssi il existe un *temps futur* où *p* est vrai

Gp est vrai ssi pour tout *temps futur p* est vrai

Il est évident qu'un temps n'est pas futur *en lui-même*, tandis qu'une SD est une description d'état quel que soit la description d'état qui se trouve être réalisée. Pour formaliser le problème que cette intuition soulève, il suffit d'envisager les itérations d'opérateurs temporels, par exemple *FGp* :

* *FGp* est vrai ssi il existe un *temps futur* où pour tout *temps futur p* est vrai.

Cette définition est au moins ambiguë : soit c'est une manière obscure de dire que pour tout temps futur *p* est vrai (mais dans ce cas *FGp = Gp* et on perd donc l'itération), soit il faut préciser que dans la deuxième occurence, les *temps futurs* dont il s'agit sont futurs non pas absolument, mais *relativement* au *temps futur* de la première occurence. Soit :

**FGp* est vrai ssi il existe un temps futur t1 tel que pour tout temps t2 *futur par rapport à t1*, *p* est vrai.

Ceci revient à dire que « futur » ne quantifie pas sur la totalité du domaine de quantifications mais seulement sur ceux qui sont dans une certaine *relation* par rapport à t1 (une relation de postériorité). Mais si « futur » se prend relativement et non pas absolument, alors le temps t1 doit lui-même être futur à l'égard d'un temps t0, temps auquel la proposition de départ est évaluée.

On arrive alors à une sémantique correcte :

FGp est vrai *à t0* ssi il existe un temps futur par rapport à t0 tel que pour tout temps t2 futur par rapport à t1 p est vrai.

Si on rapporte ce type de formulation aux opérateurs simples, et si l'on remplace « futur par rapport à » par « postérieur à », on obtient les définitions sémantiques suivantes :

Fp est vrai *à t0* ssi il existe t1 *postérieur à* t0 tel que *p* est vrai.

Gp est vrai *à t0* ssi pour tout t1 *postérieur à* t0, *p* est vrai.

Prior développa donc très vite[35], à côté du calcul propositionnel fondé sur les opérateurs *F*, *G*, *P* et *H*, un calcul des prédicats de dates fondé sur la relation d'antériorité, notée *l*. Les propositions sont considérées comme des prédicats de dates de telle sorte que *px* veut dire « la proposition p est vraie à la date x ». *z* est mise pour la date présente (cf. t0). A partir de ces définitions, Prior pouvait établir une corrélation directe entre les deux types de calcul :

$Fp = \exists x(lxz \wedge px)$ $\qquad$ $Pp = \exists x(lzx \wedge px)$

$Gp = \forall x(lxz \rightarrow px)$ $\qquad$ $Hp = \forall x(lzx \rightarrow px)$

Cette démarche est beaucoup plus simple et naturelle pour le temps que pour la logique du « possible » pour deux raisons corrélatives : tout d'abord nos intuitions sur les phrases qui utilisent plusieurs termes modaux sont beaucoup plus floues que nos intuitions sur le futur antérieur ou le passé antérieur (e.g. s'il est possible qu'une chose soit possible, peut-on en déduire que cette chose est possible ?) ; et d'autre part il n'y a pas dans le domaine du possible une relation aussi claire et bien connue que la relation d'antériorité (ou de postériorité). Et il semble bien qu'historiquement l'idée d'une relation entre « mondes possibles » (entre éléments du domaine de quantification modale) soit venue directement d'une extension du *l*-calculus par la notion générale de *property-calculus*.

Prior attribue à Meredith[36] l'idée d'étendre à tous les modaux ce type de calcul qui transforme les propositions modalisées en propriétés d'éléments ordonnés. A vrai dire, Jonsson et Tarski[37] avaient publié dès 1951 un article sur l'isomorphisme entre algèbre booléenne avec opérateurs et système algébrique constitué d'un ensemble et d'une relation réflexive et transitive ; malheureusement, Tarski ne vit pas le lien entre ses réflexions

---

[35] Prior [1958].
[36] Meredith [1958].
[37] Jonsson et Tarski [1951].

algébriques et la logique modale[38]. C'est Meredith qui a appelé ces calculs *property calculus*, Prior préfère *U-calculus* (où U désigne la relation d'ordre) pour montrer que l'intérêt principal de ces calculs est la *relation* qu'ils explicitent entre les éléments du domaine de quantification. A partir de cette généralisation, la définition d'opérateurs modaux quelconques s'ensuit directement :

$$(Mp)z = \exists x(Uxz \wedge px)$$

$$(Lp)z = \forall x(Uxz \rightarrow px)$$

Il ne restait plus qu'à baptiser cette relation caractéristique de toute sémantique modale. Comme pour les autres termes généraux (« modalité », « mondes possibles »), la dénomination est emprunté au domaine du possible et du nécessaire. D'après Prior, c'est Geach qui a pensé au terme d'*accessibilité* en 1960[39]. L'idée originelle de Geach, telle que la rapporte Prior, était celle d'un véritable saut entre mondes : « we might reach one world from another merely in thought, or we might reach it more concretely in some dimension-jumping vehicle dreamed up by science fiction (the case originally put by Geach) »[40].

Ces précisions sur la relation d'accessibilité nous permettent une nouvelle remarque dans le débat entre relativisme modéré et relativisme radical : nous avons vu que la sémantique de la nécessité carnapienne (ou toute autre sémantique de **S5**) ne nécessitait pas de recours explicite à un index actuel w0 ou t0. En revanche, dans cette partie, nous en sommes venus à utiliser explicitement de tels index actuels (t0 ou z) et nous avons ainsi perdu l'élément apparemment favorable au relativisme radical. Cela n'est pas un hasard : en effet, pour pouvoir se dispenser d'un w0, il faut que la relation d'accessibilité soit telle que tout ce qui est accessible à w0 soit accessible à tout autre index. De cette manière la relation d'accessibilité est rendue indépendante de l'index. Si une telle propriété de la relation d'accessibilité est satisfaite (en fait une relation d'équivalence), la logique propositionnelle engendrée n'est autre que le système **S5**. On peut donc remarquer que la différence structurelle entre logique du possible (qui satisfait généralement **S5**) et logique temporelle (qu'il serait absurde de systématiser par **S5**) peut jouer comme argument pertinent en faveur d'une asymétrie temps/mode qui rendrait compatibles un relativisme modal radical et un relativisme temporel modéré.

[38] D'après Kripke, cité par Copeland [1996], p. 13, Tarski continua à ne pas voir le rapport entre les deux domaines lorsqu'il assista à la conférence en Finlande en 1962 où Kripke souligait l'importance de Jonsson et Tarski [1951].
[39] Prior [1962b], p. 140.
[40] Prior [1962a], p. 36.

2. *des axiomes aux propriétés de la relation d'accessibilité*

Disposer d'une sémantique est quelque chose d'essentiel pour tout calcul logique. Mais dans le cas de la logique modale, le bénéfice de la sémantique fut encore plus considérable qu'ailleurs parce qu'elle permit de donner un principe d'ordre dans la profusion des axiomatiques possibles. En effet, comme Kripke l'a montré de manière particulièrement nette dans « Semantical considerations on modal logics »[41], les axiomes les plus importants que l'on peut choisir d'accepter ou de refuser pour construire différents systèmes modaux sont exactement équivalents à des propriétés simples de la relation d'accessibilité, telles que la transitivité, la réflexivité ou la symmétrie. Nous allons tout d'abord montrer le principe de cette équivalence sur quelques axiomes fondamentaux de la logique modale, puis nous ferons la liste des axiomes qui sont exigés ou discutables pour construire une logique modale du temps. La démarche axiomatique que nous allons suivre (celle que Prior a lui-même suivie et qui est encore parfois utilisée par quelques prioréens tels que Peter Øhrstrøm et Per F. V. Hasle[42]) a été majoritairement abandonnée au profit d'une démarche plus proche de la sémantique des langues naturelles : comme cette démarche nous semble plus clairement fructueuse dans le domaine des *interactions* entre temps et modalités, nous la réserverons à notre deuxième partie, ce qui en outre permet de suivre l'ordre historique en ne nous écartant pas encore des écrits de Prior lui-même.

Les deux axiomes modaux dont la signification algébrique se comprend le plus facilement sont sans doute les deux suivants :

T : $Lp \rightarrow p$ ce qui équivaut à T : $p \rightarrow Mp$

4 : $Lp \rightarrow LLp$ ce qui équivaut à 4 : $MMp \rightarrow Mp$

L'axiome T dit la chose suivante : si la proposition p est vraie dans un monde w0, alors elle est vraie dans (au moins) un monde accessible à w0 (*Mp*). Pour que cette implication soit valide, il faut et suffit que ce monde accessible à w0 et où p est le cas soit w0 lui-même. La relation d'accessibilité doit donc être telle que quelque soit w dans W, wRw. L'axiome T de la syntaxe correspond donc, dans la sémantique, à la propriété de *réflexivité*.

L'axiome 4 dit la chose suivante : si w0 a accès à (au moins) un monde w1 tel que w1 a accès à (au moins) un monde w2 où p est vraie (*MMp*) alors w0 a accès à (au moins) un monde wn où p est vraie (*Mp*). Pour rendre valide l'implication, il suffit que le monde wn du

[41] Kripke [1963].
[42] Øhrstrøm et Hasle [1995], notamment ch.3.3 et 3.5.

conséquent soit le monde w2 de l'antécédent. La relation d'accessibilité doit donc être telle que quelque soit w0, w1 et W2 dans W, si w0Rw1 et w1Rw2 alors w0Rw2. Laxiome 4 de la syntaxe correspond donc, dans la sémantique, à la propriété de *transitivité*.

Une question qui se pose dès qu'on connaît ce schéma d'interprétation des axiomes modaux, c'est l'interprétation de l'axiome K : $L(p \to q) \to (Lp \to Lq)$ dont nous avons dit plus haut qu'il était vrai dans *tout* système modal. Y a-t-il une propriété très fondamentale de la relation d'accessibilité qui corresponde à K ? La réponse est non : l'axiome K est rendu valide par le simple fait de corréler les opérateurs modaux à un calcul de quantification sur les mondes possibles, même avec une relation d'accessibilité quelconque.

A partir d'une structure aussi précise, il ne reste plus qu'à envisager les propriétés de la relation d'accessibilité que l'on jugera adaptées à une logique du temps, c'est-à-dire en fait les propriétés de la relation d'antériorité. Chaque axiome modal pourra être accepté ou refusé d'après la plausibilité de sa traduction dans le calcul de l'antériorité.

Dans « The logic of Time Distinctions »[43], Prior propose le système temporel suivant :

Symboles primitifs	G et H
Règles de formation	si φ est une FBF, Gφ, Hφ, Fφ et Pφ sont des FBF
Symboles définis	Fφ =df $\neg$G$\neg$ φ Pφ =df $\neg$H$\neg$ φ
Axiomes	A1 : $G(p \to q) \to (Gp \to Gq)$ A2 : $Gp \to Fp$ A3 : $FFp \to Fp$ A4 : $Fp \to FFp$ A5 : $p \to GPp$
Règles de transformation	RG : de |- φ inférer |- Gφ MIR : de |- φ inférer |- φ [sub P/F ; H/G]

Avant de commenter les axiomes eux-mêmes, il convient de commenter les règles de transformation admises par Prior : la règle RG n'est que la notation temporelle de la règle N de nécessitation qui vaut pour tout système modal normal. La règle MIR (*Mirror Image Rule*[44]) en revanche n'est pas présent dans toute logique modale et il ne va pas de soi de l'accepter. Cette règle est une conséquence du fait que la logique temporelle est un système

[43] Prior [1958].
[44] Le nom de cette règle a été donné par Charles Hamblin.

bimodal et non monomodal comme le sont la plupart des logiques modales. Et cette bimodalité syntaxique vient du fait qu'au niveau sémantique on peut quantifier sur les temps soit accessibles par relation d'antériorité, soit accessibles par la converse (soit sur les temps passés, soit sur les temps futurs). Pour les logiques du possible, il n'est pas habituel de nommer les opérateurs correspondant à la quantification par la relation converse ; cela tient en partie au fait que la plupart des logiques du possible sont fondées sur une relation symétrique et que les deux types de quantifications sont dans ce cas équivalentes. Or la symétrie est une propriété très peu plausible de la relation d'antériorité temporelle. Mais la règle MIR n'implique pas seulement que la relation d'antériorité n'est pas symétrique, elle dit également que cette relation et sa converse ont même structure, ou autrement dit que la *structure* de la relation temporelle est symétrique. Or ce point est particulièrement contestable : en effet s'il est probable que le temps n'est pas dense vers le passé et discret vers l'avenir, ou l'inverse, nous verrons que la propriété de linéarité pourrait fort bien ne valoir que dans un seul sens. Nous considèrerons donc la règle MIR comme une facilité d'écriture qui, pour les axiomes clairement symétriques, dispense d'écrire à chaque fois l'axiome du passé correspondant à l'axiome du futur.

Venons-en donc aux axiomes eux-mêmes, et tout d'abord à ceux qui ne dépendent d'aucune propriété particulière de la relation temporelle. Nous avons déjà vu que l'axiome K était présent dans tout système modal. C'est donc le cas en particulier du système temporel. On le retrouve dans l'axiomatique de Prior sous le nom de A1 : $G(p \to q) \to (Gp \to Gq)$. Il est évident que l'axiome correspondant de la logique du passé (fondé sur la relation converse) vaut également puisqu'il ne suppose aucune propriété à la relation converse. On a donc :

KF : $G(p \to q) \to (Gp \to Gq)$

KP : $H(p \to q) \to (Hp \to Hq)$

Mais dans la logique bimodale du temps, il y a un *deuxième* axiome qui ne dépend d'aucune propriété particulière de la relation d'accessibilité ; il s'agit de l'axiome A5 de Prior, ou *crossing axiom* qui assure le lien entre la logique du futur et la logique du passé :

CFP : $p \to GPp$

Cet axiome dit simplement la chose suivante : si p est le cas à t0, alors dans tout temps postérieur à t0 il y a un temps antérieur dans lequel p est le cas. Pour que cet axiome soit valide, il faut et il suffit que la relation d'antériorité soit la converse de la relation de postériorité. Cet axiome dépend donc de la sémantique des deux couples d'opérateurs temporels interprétés comme dépendant d'une relation et de sa converse, mais pas des *propriétés* de cette relation. On pourrait évidemment donner l'axiome miroir :

CPF : $p \to HFp$

Muni de ces quatre axiomes (qu'on peut en fait réduire à KF et CFP, les A1 et A5 de Prior), on a déjà un système bimodal rudimentaire que Lemmon[45] a baptisé **Kt**. Ce système n'est pas spécialement un système temporel dans la mesure où n'importe quelle relation avec sa converse engendre **Kt**. Pour avoir un système temporel, il faut donc ajouter quelques axiomes.

Le risque en ajoutant des axiomes est de les choisir en fonction de certaines thèses controversées sur le temps (par exemple son caractère infini ou dense) ; mais ce qui est peu discutable, c'est que la relation temporelle soit une *relation d'ordre strict*. Cette catégorisation regroupe trois propriétés :

- asymétrie : $\forall t,t'(tRt' \to \neg t'Rt)$
- irréflexivité : $\forall t(\neg tRt)$
- transitivité : $\forall t,t',t''((tRt' \wedge t'Rt'') \to tRt'')$

L'asymétrie pose qu'un temps ne peut pas être à la fois antérieur et postérieur à un autre moment. C'est peut-être la plus discutable de ces trois propriétés dans la mesure où un temps cyclique la falsifie. Cette propiété n'est de toutes les façons pas traduisible sous forme d'axiome de la logique temporelle. On voit ici la première limite de la logique temporelle par rapport au calcul relationnel sous-jacent : c'est ce dernier qui est plus expressif, et qui permet véritablement d'exprimer toutes les propriétés pertinentes du temps. C'est là une objection classique à la thèse philosophique de Prior selon laquelle le calcul le plus fondamental est le PF-calculus qui correspond à la A-series de MacTaggart, et non le l-calculus qui correspond à la B-series.

L'irréflexivité n'est pas traduisible non plus comme axiome de la logique temporelle[46], mais elle pose moins de problèmes que l'irréflexivité : il semble en effet qu'elle dépende d'une convention de langage. On pourrait fort bien utiliser la relation d'antériorité « large » telle que $t \leq t'$ est vrai lorsque $t = t'$. A cette relation correspondrait le futur large (ou le passé large) tel que $p \to Fp$. Mais il semble que le futur strict soit plus utile (et de fait soit le seul utilisé) pour le langage naturel : par exemple, si Bill vient voir Tom aujourd'hui pour la dernière fois, la phrase « Bill viendra voir Tom » est manifestement fausse.

---

[45] Lemmon [1966].

[46] cf. van Benthem [1983], II.2.2 pour la démonstration de ce point.

Donc, des trois propriétés qui caractérisent un ordre strict, seule la transitivité peut être exprimée dans le PF-calculus ; comme nous l'avons vu, elle est exprimée par l'axiome 4 qui figure sous le nom de A3 dans l'axiomatique de Prior [1958]. En ajoutant son axiome miroir, on obtient :

4F : $FFp \rightarrow Fp$ ou encore $Gp \rightarrow GGp$

4P : $PPp \rightarrow Pp$ ou encore $Hp \rightarrow HHp$

On pourrait s'intéresser au système formé par **Kt** + 4F + 4P, mais une autre propriété est suffisamment peu controversé pour donner la base d'une logique consensuelle du temps : il s'agit de la « linéarité à gauche », dont les axiomes de Prior [1958] ne permettent pas de rendre compte, quoiqu'une expression de la « linéarité à droite » soit présentée dans le dernier chapitre de l'article. Intuitivement la linéarité du passé dit ceci : si deux temps sont passés, alors ils sont sur la même « ligne » temporelle (soit ils sont simultanés, soit l'un est antérieur à l'autre). La linéarité n'est pas évidente du tout pour le futur : en effet dans une hypothèse indéterministe, deux événements peuvent être « futurs » sans être temporellement comparables s'ils appartiennent à des « branches possibles » ayant bifurqué. Mais pour ce qui est du passé, la thèse de la linéarité est assez peu controversée, sauf dans une réflexion assez étonnante de Łukasiewicz que Prior aimait à citer[47] :

« If, of the future, only that part is real today which is causally determined by the present time ; ... then also, of the past, only that part is real today which is still active today in its effects. Facts whose effects are wholly exhausted, so that even an omniscient mind could not infer them from facts happening today, belong to the realm of possibility ».

Si on accepte néanmoins comme largement consensuelle la linéarité du passé, on peut l'exprimer à l'aide de l'axiome suivant :

LP : $(Pp \wedge Pq) \rightarrow (P(p \wedge q) \vee P(p \wedge Pq) \vee P(Pp \wedge q))$

En ajoutant 4F, 4P et LP à **Kt**, on obtient le système **Kb** de Lemmon qui fournit une base assez solide pour envisager ensuite les axiomes controversés. L'axiome controversé que Lemmon ajoute à **Kb** pour former son système suivant **Kl** (et le dernier de la classification qu'il propose) est la linéarité dans le futur (ou LF) dont nous venons de présenter brièvement la signification philosophique. Ce système **Kl** est celui choisi par Nino Cocchiarella[48]. Mais Prior s'est plutôt intéressé à deux autres propriétés discutables de la topologie du temps : l'infinité et la densité.

---

[47] Łukasiewicz[1961], p. 126, cit. in Prior [1967], p. 28.

[48] Cocchiarella [1965].

L'infinité (vers le futur) dit qu'il n'y a aucun instant qui soit le dernier, c'est-à-dire : $\neg\exists t\neg\exists t'(t < t')$ ou encore $\forall t\exists t'(t < t')$. Une relation qui a la propriété de n'avoir pas de cul-de-sac (*no dead end*) s'appelle une relation sériale. Et la présentation la plus courante de l'axiome qui correspond à cette propriété est l'axiome communément appelé D, qui est fondamental pour la logique déontique[49] :

DF : $Gp \rightarrow Fp$

Cet axiome est présent sous le nom de A2 dans l'axiomatique de Prior [1958] et dit la chose suivante : un quantificateur universel (Gp) n'est jamais vrai sans que l'existentiel (Fp) le soit aussi. Or un quantificateur universel (il n'y a pas de x tel que non p) a deux façons d'être vérifié : soit il est trivialement (ou videment vrai) parce qu'il n'y a pas du tout de x ; soit tous les x qu'il y a sont tels que p. L'axiome DF sert à exclure les cas de vérité triviale (ou vide) du quantificateur universel, c'est à dire les instants tels qu'il n'y a pas d'instant postérieur. Le résultat est donc bien le même pour la sémantique.

Comme Prior accepte la règle MIR, l'axiome miroir devient chez lui un théorème :

DP : $Hp \rightarrow Pp$

Ce théorème est pourtant un des cas qui montrent la faiblesse de MIR : pourquoi serait-il logiquement nécessaire qu'un temps sans début soit un temps sans fin ou inversement ?

Il ne reste plus qu'un seul axiome à examiner, l'axiome A4 qui correspond à la propriété de densité de la relation d'accessibilité. Cet axiome n'a pas de nom standardisé en logique modale dans la mesure où il est démontrable à partir de l'axiome T qui est présent dans la quasi totalité des logiques du possible. Le sens de cet axiome est assez simple à interpréter à partir de son énoncé :

DensF $Fp \rightarrow FFp$

L'axiome dit que s'il y a un temps t1 postérieur à t0 où p est le cas, alors il y a un temps tx postérieur à t0 tel que dans un temps ty postérieur à tx p est le cas. La seule façon de rendre cette implication valide (dans un modèle qui accepte déjà la transitivité) est d'identifier le ty du conséquent au t1 de l'antécédent, ce qui revient à dire que quelque soit t1 postérieur à t0, il y a un tx postérieur à t0 et antérieur à t1. Le temps n'est donc pas discret. L'axiome miroir est évidemment le suivant : DensP $Pp \rightarrow PPp$.

---

[49] On pourrait également noter le même axiome de la façon suivante : $F\mathrm{T}$ où T est mis pour « tautologie » ; en effet, pour que $F\mathrm{T}$ soit valide, il faut et suffit qu'il y ait au moins un monde accessible pour tout monde.

Le tableau suivant résume les différents axiomes et systèmes que nous venons d'envisager (chaque système accepte les axiomes du systèmes précédent, à l'exception de **Prior** qui n'inclut pas les axiomes de linéarité) :

Système	Nom standard	Axiomes temporels	Propriétés de la relation
Kt	K	$G(p \rightarrow q) \rightarrow (Gp \rightarrow Gq)$ $H(p \rightarrow q) \rightarrow (Hp \rightarrow Hq)$	-
	- -	$p \rightarrow GPp$ $p \rightarrow HFp$	-(relations converses)
Kb	4	$Gp \rightarrow GGp$ $Hp \rightarrow HHp$	transitivité
	-	$(Pp \wedge Pq) \rightarrow (P(p \wedge q) \vee P(p \wedge Pq) \vee P(Pp \wedge q))$	linéarité à gauche
Kl	-	$(Fp \wedge Fq) \rightarrow (F(p \wedge q) \vee F(p \wedge Fq) \vee F(Fp \wedge q))$	linéarité à droite
Prior	D	$Gp \rightarrow Fp$ $Hp \rightarrow Pp$	sérialité
	-	$Fp \rightarrow FFp$ $Pp \rightarrow PPp$	densité

Il y a en fait deux façons de lire ce tableau : soit on insiste sur le fait que les axiomes du futur et du passé s'ajoutent au sein d'un seul système modal intégré ; soit on considère que les axiomes se subdivisent en trois parties (l'Annexe 1 donne cette présentation qui prend plus de place que le tableau ci-dessus) : un ensemble d'axiomes donne la logique monomodale du futur, un autre ensemble d'axiomes donne la logique monomodale du passé, et la troisième partie est constituée d'un (ou deux) axiomes mixtes donnant les règles d'intégration des deux systèmes modaux.

Si l'on considère la seule « logique du futur », on remarque que la logique du temps n'est qu'un certain système modal parmi les autres, que l'on pourra situer dans l'arbre des systèmes modaux donné en Annexe 2 : pour **Kt**, la logique du futur n'est rien de plus que le système **K** ; pour **Kb** elle n'est rien de plus que le système **K4** ; **Kl** ajoute un axiome original qui n'a pas (à ma connaissance) de nom standard en logique modale, le système du futur correspondant est donc un système plus fort que **K4** mais plus faible que **S5**[50]**,** qui n'est pas représenté dans les abres traditionnels. Le système du futur de **Prior** n'est pas non plus

[50] en effet, une relation d'équivalence (**S5**) est trivialement linéaire (**Kl**).

représenté dans les arbres traditionnels ; il est plus fort que **KD4** et plus faible que **S4**[51] il se situe entre **S4** (dont il ne vérifie pas l'axiome T) et **KD4** (dont il accepte tous les axiomes).

Deux remarques pour conclure : comme nous l'avons déjà aperçu à propos de l'asymétrie et de l'irréflexivité, le système modal du temps que nous avons ainsi obtenu ne permet pas de rendre compte de la totalité des propriétés pertinentes pour dresser la topologie du temps. Une autre propriété dont nous n'avons pas parlé est irreprésentable dans le PF-calculus, il s'agit de la connexité qui se définit ainsi :

$$\forall y, z \exists x1 \ldots xn \{(x1 = y) \wedge (xn = z) \wedge \forall i (1 \leq i < n)[(ti < ti + 1) \vee (ti > ti + 1)]\}$$

Intuitivement, cette propriété consiste à éviter le cas où il y aurait plusieurs séries temporelles (ou arbres temporels) totalement indépendants, ce qui semble au moins plausible et donc utile à exprimer de manière rigoureuse. Le problème d'expressivité est le problème le plus grave de la logique prioréenne, et il est classique aujourd'hui de considérer que cette faiblesse la condamne définitivement. Pourtant Prior a développé une solution pour récupérer l'expressivité de la quantification sur les temps (ou les mondes) à partir d'une logique d'opérateurs temporels (ou modaux) : cette solution consiste à utiliser des *instant-propostions* (ou des *world-propositions*), c'est-à-dire des propositions qui ne sont vraies que dans *un seul* instant (ou un seul monde). Cette solution, largement développée par Kit Fine[52], est formellement complexe, mais elle suffit à prouver qu'une logique où les opérateurs temporels sont *primitifs* n'est pas irrémédiablement condamnée par l'argument de l'expressivité.

Deuxième remarque : nous n'avons envisagé dans ce chapitre qu'un rapport d'*analogie* entre le temps et les notions de possibilité et de nécessité ; nous avons vu que les deux domaines pouvaient être décrits (sous certaines hypothèses philosophiques) par une même structure formelle qui est celle de la « modalité » au sens large (ou de l'intensionalité lorsqu'on s'intéresse à la sémantique du calcul modal). Mais cette structure commune est un outil inestimable pour pouvoir aborder les interactions entre les deux domaines ; et pour voir ces interactions, il suffira en fait de suivre exactement le même principe qui sert à réunir la logique du futur et celle du passé en une unique logique bimodale. C'est-à-dire que dans un premier temps au moins (qui a été l'ordre de découverte d'Arthur Prior) il suffira d'envisager un (ou plusieurs) *crossing axiom* qui assure le lien entre le système monomodal LM et le système bimodal FGPH. C'est à de tels axiomes, puis à leur interprétation sémantique, qu'est consacré notre deuxième chapitre.

---

[51] en effet, une relation réflexive (**S4**) est trivialement dense et sériale (**Prior**).

[52] Prior et Fine [1977], ch. 8, p. 153-161 pour les *instant-propositions*.

Chapitre Deuxième : Les interactions entre logique temporelle et logique modale

Dans notre premier chapitre, nous avons développé des systèmes logiques propres à rendre compte de certaines inférences dont le principe est strictement temporel ou strictement modal, comme par exemple les inférences suivantes :

A *Les électrons auront toujours une charge négative*

Un jour le soleil explosera

Donc *un jour il sera vrai à la fois que le soleil explose et que les électrons ont une charge négative.*

B *Nécessairement Marie sera présente à la fête qu'elle donne*

Il est possible que Pierre vienne à la fête que donne Marie

Donc *il est possible que Pierre et Marie soient tous deux présents à la fête que donne Marie.*

Rapprocher le temps et la modalité permet de voir en quoi les inférences A (strictement temporelle) et B (strictement modale), ont une structure commune, qui est manifeste dans les deux notations suivantes : $(Gp \wedge Fq) \rightarrow F(p \wedge q)$ et $(Lp \wedge Mq) \rightarrow M(p \wedge q)$. Mais certaines inférences, qui sont sinon évidentes du moins plausibles, mettent en jeu *à la fois* la modalité et la temporalité :

C *cet animal a la puissance de périr*

Donc *il périra un jour*

D *la guerre de Troie a eu lieu*

Donc *il est impossible d'éviter que la guerre de Troie ait eu lieu*

L'inférence C part d'un énoncé modal pour en déduire quelque chose de temporel ; l'inférence D part d'un énoncé temporel pour en déduire quelque chose de modal. Les principes qui régissent ces inférences doivent donc appartenir à une logique qui combine les opérateurs du temps et de la modalité ; on appellera une telle logique *tempo-modale*. Certes, ces inférences sont philosophiquement discutables, et nous donnerons un aperçu de telles discussions. Mais cela implique seulement que les principes qui les régissent sont discutables et non pas qu'elles ne procèdent d'aucun principe.

Les logiques tempo-modales, tout comme les logiques temporelles et les logiques modales, sont assez diversifiées ; cette diversité vient évidemment des différents principes mixtes qu'on peut choisir d'accepter. Nous n'étudierons ici que les deux principes que Piror a le plus étudiés en raison de leur autorité historique : d'une part le principe de plénitude (dont l'inférence C peut être considérée comme une application), et d'autre part le principe de nécessité historique (qui régit l'inférence D). Une manière assez pratique d'introduire à ces deux prinicpes est de partir du fameux Maître Argument de Diodore qui portait précisément sur le rapport entre temps et modalité : en effet l'un et l'autre principe s'y trouvent explicités parmi les trois propositions fondamentales de l'argument. Cette voie d'entrée permet également de suivre le mouvement de la découverte historique dans la mesure où Prior lui-même est parti de Diodore pour construire d'une part la « logique diodoréenne » (celle qui accepte le principe de plénitude) et plus tard la logique de la nécessité historique. Nous commencerons donc ce chapitre avec le Maître Argument de Diodore et la logique Diodoréenne, mais nous en viendrons rapidement à la nécessité historique qui occupera en fait l'essentiel de notre étude , à cause des développements très contemporains qu'elle connaît.

I. La logique diodoréenne et le principe de plénitude

Diodore Cronos (environ 340-280 av. J.-C.) était un philosophe mégarique réputé pour plusieurs paradoxes, mais le plus célèbre était de loin l'argument nommé « Dominateur » ou « Maître Argument »[53]. Cet argument a connu deux fois son heure de gloire dans l'histoire de la philosophie. La première fois dans l'antiquité, semble-t-il grâce à sa clarté et à sa force persuasive : d'après Epictète[54], l'argument était suffisamment simple pour pouvoir faire l'objet de joutes mondaines, suffisamment fondamental pour que tous les philosophes importants se situent par rapport à lui, et suffisamment contraignant pour que ces philosophes dussent choisir entre accepter la conclusion ou refuser une des prémisses.

Malheureusement l'argument lui-même n'a pas été conservé jusqu'à l'époque moderne : nous n'en avons plus que les prémisses et la conclusion, ainsi que quelques indications sur ses

---

[53] D'après Long et Sedley [1987], 38A, le nom de « Dominateur » ne tient pas à la force persuasive de l'argument mais probablement au contenu de l'une des prémisses qui devait parler d'un gouvernant, comme on parle de l'Argument *du* Menteur, et non de l'argument mensonger, pour le pseudos logos.

[54] Long et Sedley [1987], ibid.

enjeux, si bien que ce lieu commun est devenu un mystère. Mais c'est paradoxalement ce caractère mystérieux et fragmentaire qui a valu à Diodore Cronos sa deuxième heure de gloire : dans la deuxième moitié du vingtième siècle, de nombreux philosophes se sont attelés à la reconstruction et à la formalisation de cet argument mystère.

Le départ de cette quête de la logique diodoréenne fut donné en 1949 par l'article de Benson Mates intitulé « Diodorean Implication »[55]. Prior emboîta le pas rapidement[56] et fit de cette recherche du système modal diodoréen le fil directeur de ses recherches en logique modale et temporelle. Notre démarche sera la suivante : une brève exposition du maître argument nous permettra de dégager les deux principes mixtes ; puis nous formaliserons le principe de plénitude pour voir quel système axiomatique lui correspond ; enfin nous envisagerons les limites philosophiques du principe de plénitude, ce qui nous amènera à nous intéresser davantage à la formalisation du deuxième principe (à savoir le principe de nécessité historique qui occupera notre deuxième partie).

1. Le maître argument

Le maître argument lui-même est présenté chez Epictète sous la forme d'un trilemme, c'est-à-dire de trois propositions incompatibles dont certains refusèrent la première, d'autres la seconde, et Diodore la troisième. Mais à l'époque de Diodore, les deux premières propositions étaient suffisamment admises par ses adversaires principaux (aristotéliciens) pour que l'argument pût fonctionner dans le seul sens d'une réfutation de la troisième. L'argument prenait alors la forme d'une réduction à l'absurde : Diodore posait les deux premières propositions (admises), et montrait qu'en admettant en outre la troisième on pouvait déduire une contradiction : toute la responsabilité de la contradiction portait alors sur cette dernière prémisse.

Voici les trois prémisses :

1. Toute proposition vraie concernant le passé est nécessaire.
2. L'impossible ne s'ensuit pas du possible.
3. Quelque chose qui n'est ni ne sera est possible.

Comme la troisième prémisse est, pour Diodore, responsable de la contradiction, la conclusion de *son* argument est la négation de 3, soit la thèse positive suivante :

3'. Si quelque chose est possible, alors soit il est soit il sera.

[55] Mates [1949].
[56] Prior [1955].

Parmi ces quatre propositions, il en est au moins trois qui donnent directement un « principe mixte » tel que nous le cherchons, i.e. un principe qui utilise à la fois des notions temporelles et des notions modales : ce sont 1, 3 et 3'. La prémisse 2 a été interprétée dans certaines reconstructions de l'argument comme un principe mixte [57] , car le verbe « s'ensuivre » (ακολουθειν) pourrait donner lieu à une interprétation temporelle. En réalité, les historiens s'accordent aujourd'hui à penser que le sens temporel est ici à exclure, et qu'il s'agit seulement de consécution logique.

La prémisse 1 consiste à accepter que certaines choses sont nécessaires (ou inévitables) en vertu de leur position dans l'histoire : il s'agit du principe même de la *nécessité historique* (désormais **NH**) que nous avons annoncé plus haut. C'est en vertu de cette prémisse que « la guerre de Troie a eu lieu » est aujourd'hui une vérité nécessaire ou inévitable.

Les prémisses 3 et 3' se rapportent à un seul principe (que l'une nie et l'autre affirme). Ce principe consiste à dire que le possible n'excède pas l'actuel, i.e. que la série actuelle des événements réalise (réalisera) à un moment ou à un autre la totalité des possibles. A ce titre, la réalité peut être considérée comme maximalement pleine ; c'est pourquoi ce principe a été appelé *principe de plénitude* (désormais **PP**) par Arthur Lovejoy[58]. Ce principe peut rendre compte de l'inférence C qui veut qu'un être ne durera pas éternellement s'il a la puissance de périr.

Nous ne nous attacherons pas aux détails de la reconstruction historique de l'argument lui-même ; suivant la démarche de Prior [1967], nous utilisons seulement les thèses de l'argument comme une exposition claire et canonique de thèses fondamentales qu'il est utile de formaliser lorsque l'on s'intéresse aux rapports entre temps et modalité

Parmi ces deux thèses, **PP** est celle qui est la forte et la moins plausible philosophiquement ; l' intérêt que lui ont porté les logiciens est dû en partie à son utilité heuristique pour la logique modale : Prior en effet s'est donné pour première tâche de formaliser le système diodoréen qui accepte **PP** (en plus de **NH**). Mais dans les discussions proprement philosophiques, Prior l'envisage à peine comme un candidat sérieux. C'est à cause de ce rôle heuristique que nous l'envisageons en premier, mais nous nous attarderons davantage sur les logiques qui acceptent **NH** sans accepter **PP**.

---

[57] cf. Zeller[1882], Rescher[1966].

[58] Lovejoy[1936].

2. *Principe de plénitude et réduction logique de la modalité au temps*

Le principe de plénitude a plusieurs versions. La distinction la plus importante pour notre propos oppose les versions limitées au futur et les versions qui incluent le passé ; on peut les formuler de la manière suivante :

PPd : si quelque chose est possible, alors soit il est, soit il sera

PPa : si quelque chose est possible, alors soit il a été, soit il est, soit il sera

La première version est proprement celle de l'argument de Diodore ; la seconde est généralement appelée « aristotélicienne », bien que la position d'Aristote à l'égard du principe de plénitude soit sensiblement plus complexe[59].

Ces deux versions se formalisent aisément :

PPd : $Mp \rightarrow (p \vee Fp)$

PPa : $Mp \rightarrow (p \vee Fp \vee Pp)$

Dans ces deux versions, le **PP** est une implication simple, mais Diodore lui-même ne s'intéressait au **PP** que pour en tirer la *double implication*, car il acceptait également la réciproque. En effet, la réciproque est un principe beaucoup moins controversé que le **PP** lui-même ; elle repose sur le principe *Ab esse ad posse valet consequentia* : de l'actuel au possible, la conséquence est valide. Dans sa version non temporalisée, ce principe n'est autre que l'axiome T : $p \rightarrow Mp$ dont nous avons déjà parlé dans notre premier chapitre. La « temporalisation » de ce principe a une forte plausibilité : si Armstrong a marché sur la lune, il semble légitime d'en inférer qu'il est *possible* de marcher sur la lune. De même s'il est vrai que le soleil explosera dans quelques milliards d'année, on peut légitimement en inférer que l'explosion du soleil est quelque chose de possible. On peut donc axiomatiser de la manière suivante les deux inférences de l'Actuel Temporalisé au Possible :

ATPd : $(p \vee Fp) \rightarrow Mp$

ATPa : $(p \vee Fp \vee Pp) \rightarrow Mp$

[59] Hintikka [1973], ch. V, suggère que deux autres précisions sont probablement pertinentes pour Aristote : tout d'abord l'actualisation des possibles pourrait se faire au niveau de l'espèce et non de l'individu (peu importe que les individus réalisent tous les possibles de leur espèce, mais les vrais possibles de l'espèce sont ceux qui sont réalisés au moins une fois dans au moins un individu) ; d'autre part l'important pourrait être que les possibles ne soient pas indéfiniment *frustrés*, or si leur porteur (le manteau qui *pourrait* être coupé) venait à être supprimé avant la réalisation du possible, ce possible n'aurait plus lieu d'être *frustré* et pourrait donc n'être jamais réalisé.

Par conséquent, lorsqu'on admet le principe **PP**, à moins de refuser le principe **ATP** peu controversé, on admet en réalité la thèse d'*équivalence* suivante :

EMd : $Mp \leftrightarrow (p \vee Fp)$

EMa : $Mp \leftrightarrow (p \vee Fp \vee Pp)$

On peut comprendre cette thèse d'équivalence de deux manières différentes qui ont chacune leur traduction formelle : la lecture forte consiste à dire que l'expression temporelle à droite de l'équivalence donne une *analyse* ou une *définition* de la notion de possibilité ; la lecture faible consiste à dire que la réalisation statistique des possibles n'épuise pas la *notion* de modalité. D'après Hinitikka[60], Aristote n'est jamais allé jusqu'à la lecture forte ; il est par contre historiquement incontestable que Diodore l'a défendue. Le témoignage d'Alexandre d'Aphrodise nous indique même que le Maître Argument avait pour but principal (au-delà de la conclusion PP qui est une simple implication) d'établir sa *définition* des notions modales ; Diodore défendait en effet les deux définitions suivantes : le possible est ce qui soit est soit sera ; le nécessaire et ce qui est et sera toujours.

La lecture forte et la lecture faible peuvent trouver leur traduction dans l'établissement d'un système logique tempo-modal : la lecture forte correspondrait à un système doté de deux symboles primitifs G et H (ou F et P), le troisième symbole de cette logique « trimodale » étant un symbole *défini* par l'équivalence **EM** transposée en définition. La lecture faible correspondrait à un système proprement trimodal, i.e. doté de trois symboles primitifs (G, H et L, ou F, P et M) où l'équivalence **EM** vaudrait comme axiome. La différence formelle entre les deux lectures n'a cependant aucune conséquence dans la mesure où les deux systèmes auront exactement la même sémantique kripkéenne, à savoir un unique domaine (celui des instants) muni d'une relation d'accessibilité R (la postériorité) et de sa converse R' (l'antériorité), plus une relation R'' définie de la manière suivante :

R''d : $uR''v \leftrightarrow (u = v \vee uRv)$

R''a : $uR''v \leftrightarrow (u = v \vee uRv \vee uR'v)$

Le premier système étant à la fois le plus économique formellement et celui que défend explicitement Diodore, il est assez naturel qu'il ait été choisi par Prior : dans un tel système, la logique du possible est en réalité un *fragment* de la logique du temps dans la mesure où tout théorème modal est impliqué par les axiomes temporels (mais la réciproque ne vaut pas). Par conséquent, il est évident que plus on acceptera d'axiomes dans la logique du temps, plus on pourra démontrer de théorèmes dans le fragment modal correspondant. Une question

[60] Op. cit., p. 102-103.

systématique se pose alors : quels théorèmes modaux dépendent de quels axiomes temporels ? Prior a donné tous les éléments de réponse à cette question[61] ; pour plus de clarté, nous réunissons ici ces divers résultats sous forme de tableau, en distinguant les systèmes engendrés par la définition diodoréenne (restreinte au futur) et la définition « aristotélicienne » (incluant le passé)[62].

Logique du temps	Fragment modal diodoréen	Fragment modal aristotélicien
Kt	**T** (ax. K et T)	**B** (ax. K et B)
Kb (+ transitivité)	**S4** (ax. K, T, 4)	**B**
Kl (+ linéarité)	**S4.3** (ax. K, T, 4, D1)	**S5** (ax. K, T, E)
Prior (sérialité et densité mais pas linéarité)	**S4**	**B**

Il n'existe donc pas une unique « logique diodoréenne » (si l'on entend par là une logique acceptant la définition diodoréenne de la modalité) mais autant de logiques diodoréennes que d'axiomatisations différentes de la logique de temps. Evidemment Diodore lui-même n'était pas neutre sur les propriétés du temps : il admettait bien évidemment la transitivité de l'antériorité ; mais il acceptait également (ce qui relève plus d'une thèse) la linéarité du temps, aussi bien vers le passé (ce qui explique, comme nous le verrons, qu'il acceptait également **NH**) que vers le futur : Hintikka a montré en effet qu'un élément important pour faire fonctionner l'argument de Diodore était de présupposer une chronologique unique et linéaire[63]. Le système modal *de Diodore* correspondrait donc à **S4.3**.

Mais encore une fois, l'intérêt de ces systèmes dans les recherches de Prior et de ses contemporains était avant tout un intérêt heuristique pour obtenir une meilleure maîtrise des systèmes modaux et de leurs rapports. D'un point de vue philosophique, le **PP** est beaucoup plus discutable comme nous allons le voir à présent.

[61] notamment dans Pior [1967], p. 54.
[62] Les axiomes K, T et 4 ont été présentés et discutés dans le premier chapitre. Les axiomes B, E et D1 sont définis de la manière suivante : B : $p \rightarrow LMp$; E : $Mp \rightarrow LMp$; D1 : $L(Lp \rightarrow q) \vee L(Lq \rightarrow p)$
[63] Hintikka [1973], ch. 9, p. 208 : « The conclusion that there is no possibility present at all was merely a result of trying to squeeze the moments of time in the alternative courses of events into one and the same chronology ».

3. *enjeux philosophiques du* ***PP***

Nous avons vu que chez Diodore, le **PP** permettait une *réduction* logique de la modalité au temps. Ainsi, la phrase « Obama peut être élu » a les mêmes conditions de vérité que la phrase « Obama est ou sera élu » mais en outre la seconde phrase ne fait qu'expliciter ce que *veut dire* la première. Une telle thèse est particulièrement contre-intuitive aujourd'hui et il y a lieu de s'étonner que le principe de plénitude ait eu dans l'antiquité un tel succès. Il faut pour cela qu'ils aient eu un concept de possibilité sensiblement différent du nôtre ; or c'est bien ce que l'on peut trouver dans le concept de *puissance* aristotélicienne. Plus précisément, nous utiliserons une distinction entre *deux* concepts de possibilité présents chez Aristote, et nous verrons que celui des deux que nous avons abandonné est précisément celui qui donne une plausibilité au **PP**. Les deux sources des notions modales chez Aristote (dont Hintikka[64] montre qu'elles sont à l'origine d'une tension irréductible chez cet auteur) sont les suivantes :

La première (qui correspond le mieux à notre concept) est d'origine ***logique.*** On en trouve la définition dans les *Premiers Analytiques*[65] : « J'utilise les termes 'possiblement' et 'possible' pour ce qui n'est pas nécessaire mais ***dont la supposition n'implique aucune impossibilité*** ». D'après Hintikka[66], cette définition est exactement celle qu'on retrouve de manière plus condensée comme deuxième prémisse du Maître Argument : « l'impossible ne s'ensuit pas du possible ». On peut remarquer ici que le terme primitif est celui d'*impossible* (compris comme contradictoire), à partir duquel on définit le *possible* (c'est-à-dire en fait le ***non-contradictoire***).

La seconde source est ***épistémologique*** : la *puissance* est ce qui permet d'expliquer, de rendre compte du changement. « On appelle 'puissance' ***le principe*** du mouvement ou ***du changement***, qui est dans un autre être, ou dans le même être en tant qu'autre »[67]. A propos de la puissance de périr, Aristote rend plus explicite l'aspect temporel de ce réquisit épistémologique : « il n'aurait pas été détruit s'il n'avait pas eu la puissance de l'être, mais il faut bien que réside présentement en lui une certaine disposition, une cause, un principe, pour une telle modification ». La puissance ou disposition, pour pouvoir jouer son rôle explicatif, est toujours puissance présente de quelque chose à venir, ou au moins puissance antérieure de quelque chose de postérieur. Dans le premier concept, la notion primitive était celle d'impossibilité ; ici c'est au contraire la notion positive de ***puissance*** qui semble primitive.

---

[64] Hintikka [1973], ch. 5, p. 113.
[65] *An. Pr.* I 13. 32a18-20.
[66] Hintikka [1973], ch. 9, p. 182.
[67] *Métaphysique*, Δ, 12, 1019a15.

A partir de cette distinction entre deux concepts de possible (*non-contradiction* et *puissance*), on obtient de fait deux versions distinctes du principe de plénitude correspondant à ces deux concepts :

PP1 : *il n'y a rien de non contradictoire en dehors de ce qui est actuel.*

PP2 : *rien n'est en puissance en dehors de ce qui aura lieu dans l'unique cours actuel des événements*.

On peut également exprimer de manière positive le principe contradictoire, que nous appellerons *Excédance du Possible* :

EP1 : *le non contradictoire excède l'actuel*

EP2 : *ce qui est en puissance excède ce qui sera actualisé dans le cours des événvements*

Avec ces précisions conceptuelles, nous pouvons mieux évaluer et critiquer les raisons qui ont amené à accepter le principe de plénitude (du moins les raisons que nous permettent de supposer une reconstruction historique probable). Nous allons envisager tout d'abord les raisons de Diodore, puis celles d'Aristote.

D'après Hintikka, l'enjeu principal du Maître Argument de Diodore était de défendre le fatalisme mégarique sans en venir à la conséquence contre-intuitive que *possible* veut dire exactement la même chose qu'*actuel*, et *impossible* que *non actuel*. Pour les mégariques en effet, « Socrate peut être assis » est vrai si et seulement si « Socrate est assis » est vrai. Une telle annulation des notions modales est chez eux une conséquence directe du fatalisme. Diodore s'est efforcé de montrer que le fatalisme n'entraînait pas une conséquence aussi forte, mais entraînait *seulement* sa définition temporelle de la modalité (et donc le **PP**). Mais faute d'avoir distingué les deux concepts de *possible*, Diodore accepte lui-même une conséquence contre-intuitive beaucoup trop forte que le fatalisme ne requiert pas non plus. Son principe de plénitude en effet semble impliquer à la fois **PP1** et **PP2** alors que ce que refuse un fataliste, c'est clairement **EP2** et *non pas* **EP1**. Par conséquent, on peut parfaitement remplir le cahier des charges de Diodore (à savoir rendre compte des notions modales sans perdre le fatalisme) sans accepter le principe de plénitude diodoréen. Non seulement le principe **PP1** n'est pas requis par un fataliste, mais en outre la version la plus répandue du fatalisme (à savoir le déterminisme causal des lois de la nature) pourrait être une raison de refuser **PP1**, puisqu'une des analyses les plus pertinentes de la causalité (celle de David Lewis) fait appel à la contrefactualité et requiert donc l'excédance du possible par rapport au cours actuel des choses. On pourrait résumer en disant que la raison pour laquelle Diodore accepte **PP1**, c'est parce qu'il ne la distingue pas de **PP2**, mais c'est là une fort mauvaise raison.

Admettre **PP1** est donc difficilement indéfendable, mais a-t-on de bonnes raisons d'admettre **PP2** ? Et en particulier, les arguments en faveur du déterminisme causal par exemple, valent-ils directement en faveur de **PP2** ? Pour répondre à cette question, il faut de nouveau distinguer deux lectures de **PP2** : une lecture sémantique et une lecture factuelle. La lecture sémantique consiste à prendre « ce qui sera » comme *définition* du terme « puissance » : on appelle « en puissance » ce qui n'est pas encore en acte mais le sera ; il y a donc bien une unique série d'événements « en puissance », mais c'est là un fait *sémantique* et non un fait du métaphysique. La lecture factuelle considère au contraire que l'unicité du cours possible des choses est un fait métaphysique ; c'est cette lecture qui correspond proprement au fatalisme. Prenons un exemple : si je dis « je peux partir ou ne pas partir demain à 8h00 », la lecture sémantique de **PP2** implique que ma phrase *n'a aucun sens*, parce qu'il est sémantiquement impossible que deux contraires synchroniques soient « en puissance » (i.e. qu'il est vrai qu'ils auront lieu) ; la lecture factuelle implique que ma phrase est *fausse* parce qu'*en réalité* (en vertu de telle contrainte causale par exemple) une seule de ces deux éventualités est vraiment en puissance. La lecture factuelle qui admet la concevabilité de la puissance synchronique des contraires mais pas sa réalité, n'est pas ce qui rend étrange le principe de plénitude aujourd'hui, et elle fait encore l'objet d'une défense sérieuse. Ce qui nous paraît étrange aujourd'hui, c'est la lecture sémantique qui exclut la concevabilité de la puissance synchronique des contraires. Notons que la *concevabilité* de la possibilité synchronique des contraires est suffisante pour justifier l'élaboration d'une logique qui en régit l'usage (i.e. la logique de la nécessité historique de notre deuxième partie). Notre objectif sera donc seulement de refuser la version *sémantique* de **PP2**.

Nous allons à présent voir chez Aristote les raisons pour lesquelles les anciens pouvaient accepter cette version sémantique : l'argument principal d'Aristote se trouve dans le *De Caelo*[68] et nous suivrons ici l'interprétation qu'en donne Williams [1965] : « Un homme ... a la puissance à la fois d'être assis et debout parce que lorsqu'il possède l'une il possède également l'autre ; mais il ne s'ensuit pas qu'il peut être à la fois assis et debout, mais seulement qu'*à un autre moment* il peut faire également le contraire. » Williams explicite ce passage en recourant à la distinction entre *sensus compositus* et *sensus divisus* : selon le sensus divisus, Socrate peut être assis et peut être debout ($Mp \wedge M\neg p$) mais il ne s'ensuit pas, selon le sensus compositus, que Socrate peut être à la fois assis et debout ($M(p \wedge \neg p)$). Aristote bloque ici un sophisme classique qui vaut aussi bien pour le temps : ce n'est pas

[68] *De Caelo*, I 12. 281b3-25.

parce que Socrate a été assis et a été debout qu'il a été à la fois assis et debout (on n'a donc pas la loi $(Pp \wedge Pq) \rightarrow P(p \wedge q)$). Pour le temps, il est très facile de dire où le raisonnement pèche : Socrate a été assis *à un autre moment* que celui où il a été debout. Pour reprendre les termes sémantiques de notre premier chapitre, ce qui évite ici le sophisme, c'est clairement le recours au domaine de quantification sous-jacent à cette logique intensionnelle : les contraires sont tous deux passés (ou respectivement futurs) mais situés à des *instants* passés différents. Or dans la phrase du *De Caelo* que nous venons de citer, Aristote utilise clairement le domaine de quantification temporel pour rendre compte de la puissance des contraires : il ne dit pas que les contraires possibles sont possibles « dans des éventualités distinctes » ou « dans des cas différents », mais bien « à un autre moment ». On pourrait donc penser qu'Aristote accepte **PP2** simplement parce que le temps est le premier domaine de quantification qui vienne à l'esprit pour résoudre le sophisme de la puissance des contraires. Une telle raison serait particulièrement faible car le temps est peut-être le domaine de quantification qui vient le plus aisément à l'esprit, mais il aussi certainement le moins adapté dès qu'on pense à d'autres domaines (tels que les éventualités, les cas, etc.)

En réalité, l'argument d'Aristote est plus complexe et commence dans la phrase suivante : « Mais si une chose a, pour un temps infini, plusieurs puissances, *un autre moment* est impossible et les moments doivent coïncider. Ainsi si quelque chose qui existe pour un temps infini est périssable, il aura la puissance de ne pas être. A présent, s'il existe pour un temps infini, admettons que cette puissance soit actualisée et il sera alors en acte à la fois existant et non existant. » Aristote procède ici à une réduction à l'absurde reposant sur la *coïncidence* des moments des contraires. Si l'on utilise la notation de Williams, on peut formaliser ainsi le raisonnement d'Aristote :

prémisse : $M\neg p(sometime) \wedge p(always)$

étape : $M\neg p \wedge p(sometime)$

Supposition de la proposition possible : $\neg p \wedge p(sometime)$

absurde

Or : le possible est ce dont la supposition n'implique pas l'impossible

conclusion : refus des prémisse conjonctive.

Le passage de la prémisse à l'*étape* ci-dessus vient du fait que p est le cas en tout temps, et que, par conséquent, quel que soit le temps où l'on situe la potentialité $\neg p$, ce sera un temps où p est le cas. Cela relève du principe suivant $(Gp \wedge Fq) \rightarrow F(p \wedge q)$, qui n'est lui-même qu'une version temporelle du théorème modal $(Lp \wedge Mq) \rightarrow M(p \wedge q)$, lequel théorème est si important qu'il est vérifié dans tout système modal normal. Le passage qui n'est pas légitime en revanche est la *supposition* : en effet, si l'on suppose réalisée l'éventualité $\neg p$, alors on change de situation, et on ne peut pas partir du principe que tout ce qui était le cas dans *notre* éventualité l'est encore sous cette supposition. En particulier p n'est plus vérifié, par principe ! Ce qui amène Aristote à faire ce passage, c'est sans doute le simple fait de la *coïncidence* : en effet, si les éventualités $\neg p$ et p ont lieu *au même moment*, n'ont-elles pas lieu *ensemble* ? Dans le grec d'Aristote, une même locution (ἅμα) désigne ces deux notions, et il est donc assez naturel qu'il ne les ait pas distinguées. Pourtant, rien n'empêche que $\neg p$ et p aient lieu *au même moment* et néanmoins *dans des éventualités différentes*.

Notre conclusion est donc la suivante : Aristote a admis **PP2** (sémantique) principalement en raison de la notion de *coïncidence* temporelle des potentialités, mais on peut tout à fait conserver cette notion de coïncidence sans réduire le cours des événements à venir à une unique série linéaire : il suffit pour cela de se donner une notion de simultanéité *entre les différentes éventualités*. Aristote aurait pourtant pu tirer cette notion de son propre exemple de la bataille navale de demain qui aura lieu ou n'aura pas lieu, car dans les deux éventualités, c'est bien au même moment, *demain*, que la bataille navale aura lieu ou non.

Avant de revenir plus en détail sur le problème de la bataille navale, qui est essentiel pour la logique de la nécessité historique, résumons les différents éléments de cette première partie : d'un point de vue logique, le principe de plénitude est si fort qu'il réduit la logique tempo-modale à une logique strictement temporelle dont la logique du possible n'est qu'un fragment. Etudier les rapports entre les différentes logiques temporelles et leur fragment modal diodoréen ou aristotélicien peut être intéressant pour le logicien, mais d'un point de vue philosophique, il n'y a pas de bonne raison d'admettre **PP**, tout du moins en tant que *définition* de la modalité, quel que soit le sens du possible que l'on retienne. Pour le possible comme non contradictoire, **PP1** est sans véritable argument et ne peut avoir été accepté que pour sa ressemblance avec **PP2**. Quant à **PP2**, qui traite du possible comme puissance dans l'antérieur rendant raison du postérieur, il n'est pas requis non plus du moment qu'on accepte une notion de simultanéité entre événements se trouvant dans des éventualités différentes.

Le système tempo-modal diodoréen ne rend donc pas compte de manière satisfaisante de nos intuitions communes sur les rapports entre temps et modalité.

II. La nécessité historique

Nous allons donc à présent abandonner le principe **PP** et envisager l'autre principe tempo-modal que Diodore Cronos a explicité dans son argument, à savoir le principe de la *Nécessité Historique*. La première prémisse de Diodore était la suivante :

NH : *Toute proposition vraie concernant le passé est nécessaire*.

Dans le mesure où Diodore acceptait ce principe, on peut considérer que la logique diodoréenne est une logique de la nécessité historique, mais ce qu'on désignera désormais sous ce nom, ce sont les logiques de la nécessité historique *stricte*, i.e. les logiques qui acceptent **NH** *en refusant* ***PP***.

Cette classification des logiques tempo-modales peut être rendue plus claire si l'on remarque le lien logique qui existe entre **PP** et **NH** : le principe **NH** peut être considéré comme une « partie » du principe **PP**, plus précisément comme son versant passé. C'est particulièrement clair si on reformule **NH** de la manière suivante :

NH' : *Le passé actuel est le seul passé possible*.

A partir de cette formulation, on voit assez clairement qu'il suffirait, pour obtenir le principe de plénitude, d'ajouter le principe miroir de **NH** concernant l'avenir (*le futur actuel est le seul futur possible*) – et éventuellement un principe de plénitude pour le présent (*le présent actuel est le seul présent possible*)[69].

Cette remarque nous permet de préciser la définition des « logiques de la nécessité historique » au sens strict : il s'agit des logiques qui acceptent **NH** en refusant le principe miroir concernant le futur. Nous pouvons désigner ce refus de manière positive, tout comme nous avions désigné le refus de **PP** en général en appelant ce refus *Principe d'Excédence du Possible*. Cette excédence du possible dans le domaine du futur, nous l'appellerons ici *Principe de la Possibilité Historique* :

PH : *les futurs possibles ne se réduisent pas à un unique futur actuel*.

Une fois que l'on accepte à la fois la *nécessité* historique (celle du passé) *et* la *possibilité* historique (celle du futur), on peut construire une véritable logique de la *modalité* historique. La représentation traditionnelle de ce type de logique est celle d'un arbre ou d'un réseau de chemin bifurquants dans un seul sens, et il n'est pas difficile de comprendre pourquoi à partir

[69] Le présent est problématique dans la mesure où certaines versions de la nécessité historique le rendent nécessaire au même titre que le passé, d'autres le tenant pour contingent au même titre que l'avenir.

de la définition que nous venons de donner : la nécessité historique signifie qu'il y a un et un seul passé (donc que l'ordre temporel est linéaire à gauche) tandis que la possibilité historique signifie qu'il y a une pluralité de futurs (donc que l'ordre temporel est non-linéaire, c'est-à-dire branchant, à droite).

Au-delà de cette définition générale des logiques **NH** et de leur représentation commune sous forme d'arbres, il y a entre elles des différences importantes. Nous nous intéresserons ici à une seule différence, celle entre interprétation réaliste et interprétation anti-réaliste des futurs contingents. Les raisons de ce choix apparaîtront plus clairement au cours de l'exposition, mais elles sont de deux ordres : d'ordre historique tout d'abord, dans la mesure où cette opposition permet d'opposer assez clairement deux groupes d'interprétation à toutes les époques où le problème des futurs contingents à été étudié (c'est spécialement clair dans la présentation que donne Prior de ces problématiques). Les autres raisons tiennent à l'économie du présent devoir qui s'intéresse à la nature des rapports entre temps et modalité : le rapport entre futur et modalité est très nettement différent d'une interprétation à l'autre.

Nous procèderons en trois étapes : nous exposerons tout d'abord brièvement l'opposition entre les deux types d'interprétation de la nécessité historique ; nous verrons ensuite les *deux* axiomatiques prioréennes correspondant à ces deux interprétations ; enfin nous verrons le rôle de chacune des deux interprétations dans la sémantique modèle-théorétique contemporaine, et dans ses applications directes au traitement du futur des langues naturelles.

1. *Le problème des futurs contingents et ses deux interprétations*

Pour exposer clairement l'opposition entre interprétation réaliste et anti-réaliste de la nécessité historique, le plus simple est de repartir classiquement du chapitre 9 du *De Interpretatione* d'Aristote : c'est ce chapitre qui a donné naissance à l'idée d'une pluralité de futurs possibles, et c'est l'interprétation de ce chapitre qui donne lieu aux deux théories qui nous intéresseront et que nous retrouverons chez Arthur Prior.

Le problème initial d'Aristote dans ce chapitre est celui de l'argument fataliste (logique). La reconstruction exacte de l'argument est discutée mais son principe fondamental est le suivant : si une proposition portant sur le futur est vraie (ou fausse), il semble qu'on puisse en tirer qu'elle soit *nécessairement* vraie (ou fausse). S'il y a bien une telle conséquence, et si l'on accepte de donner une valeur de vérité aux poropositions portant sur le futur, alors on obtient une conclusion fataliste qui rend au mieux problématique, au pire illusoire, la délibération humaine. Pour clarifier la discussion, nous utiliserons une reconstruction élémentaire de l'argument fataliste selon le schéma suivant :

(1) **PB** (principe de bivalence) : *toute proposition est soit vraie soit fausse*

(2) donc *toute proposition concernant le futur est soit vraie soit fausse*

(3) **N** (nécessitation) : *si une proposition est vraie on peut inférer qu'elle est nécessaire*

(4) donc **PP** : *il y a un unique futur possible, à savoir le futur actuel*

Pour sauver la délibération humaine, Aristote doit faire deux choses : tout d'abord il doit expliciter son refus de la conclusion, c'est-à-dire construire explicitement la théorie de la pluralité des futurs contingents. Ensuite, il doit refuser une des prémisses de l'argument fataliste, soit la prémisse **PB**, soit la prémisse **N**.

Sur le premier point, Aristote prend clairement le contre-pied du principe de plénitude en envisageant des possibles dont la non réalisation *a posteriori* n'empêche pas de les qualifier de réellement possibles. L'exemple est celui d'un manteau dont la possibilité d'être coupé est une vraie possibilité, même si finalement il est corrompu avant d'avoir été effectivement coupé[70]. Par ailleurs le manteau avait bien la possibilité de n'être pas coupé puisqu'il ne l'a pas été effectivement (inférence de l'actuel au possible). Donc le manteau avait une puissance des contraires. Mais ce qui est intéressant dans cette analyse de la puissance des contraires, c'est qu'elle s'oppose à celle que nous avions vue dans le *De Caelo*, où un homme à la puissance d'être debout et celle de ne pas l'être simplement parce que « *à un autre moment* il peut faire également le contraire ». Ici la contraires en puissance ne sont pas répartis dans des *temps* différents, mais dans des *éventualités* différentes. C'est encore plus clair si l'on prend l'exemple de la bataille navale, qui permet la notion de simultanéité d'une éventualité à l'autre, telle que nous l'avions envisagée : il est possible qu'il y ait une bataille navale demain, et possible également qu'il n'y ait pas de bataille navale demain, mais dans l'une et l'autre éventualité, c'est bien à la même date (demain) qu'est située la possibilité[71]. Aristote envisage donc ici, à la différence du *De Caelo*, un type de puissance des contraires tel que l'un des deux contraires ne sera *jamais* réalisé. Avec cette notion de possibilité, Aristote peut alors exprimer clairement son refus de la conclusion fataliste : « En

---

[70] Hintikka considère que cet exemple est compatible avec certaines versions faibles du principe de plénitude (concernant les espèces et non les individus, ou concernant la *frustration* des possibles lorsque leur porteur continue d'exister et non leur *non réalisation* lorsque leur porteur a cessé d'exister) ; ces versions faibles de **PP**, quelle que soit leur plausibilité historique, nous intéressent beaucoup moins ici parce qu'elles n'ont pas de conséquence fataliste et établissent entre temps et modalité un lien beaucoup moins fort.

[71] Hintikka envisage une interprétation qui rendrait caduque notre remarque : si « demain » n'était pas lu de manière référentielle, alors la phrase « il y aura une bataille demain » ne serait pas temporellement définie. On pourrait alors garder **PP** en disant que « il y aura une bataille demain » est *possible* au jour j s'il n'y a pas de bataille au jour j+1 mais qu'il y en a une au jour j+2, car dans ce cas, la phrase sera *fausse* à j, mais *vraie* à j+1.

conséquence, s'agissant des autres événements qu'on dit selon cette possibilité, il est clair que toutes choses ne sont pas et ne deviennent pas par nécessité, et que certaines sont autant susceptibles de se produire que de ne pas se produire, tandis que d'autres sont la plupart du temps plus susceptibles de se réaliser selon l'un des deux membres de l'alternative, sans exclure que l'autre membre puisse l'emporter au lieu du premier »[72].

Reste à savoir *comment* Aristote parvient à éviter cette conclusion. Or sur ce point, le texte du *De Interpretatione* n'est pas aussi limpide et c'est précisément sur ce point encore discuté que s'opposent les deux grandes interprétations qui nous intéressent ici. Dans notre présentation de l'argument fataliste, nous avons résumé l'argumentation à deux prémisses fondamentales (**PB** et **N**) : une lecture consistera à dire qu'Aristote a refusé **PB**, l'autre lecture considèrera au contraire qu'il a refusé **N**[73]. A la suite de Gaskin, nous appelons *anti-réaliste* la première lecture, et *réaliste* la seconde[74]. La raison de ces dénominations est assez claire lorsqu'on explicite chacune des solutions :

Si l'on refuse le principe de bivalence, on considère alors que les deux futurs contradictoires « il y aura une bataille navale demain » et « il n'y aura pas de bataille navale demain » ne sont ni vrais ni faux. La question de savoir si on leur donne une valeur de vérité « intermédiaire » ou si on ne leur donne aucune valeur de vérité peut se poser, mais indépendamment de ce problème, le fait qu'aucune de ces deux phrases ne soit *vraie* est équivalent à dire la chose suivante : aucun des deux futurs possibles n'est le futur actuel. Comme ces deux futurs possibles sont exhaustifs (il est clair qu'il n'y a pas de troisième futur possible), on peut en déduire une thèse *irréaliste* sur le futur : *Il n'y a pas de futur actuel*.

Si en revanche on refuse la nécessitation, on peut éviter le fatalisme sans pour autant refuser de dire que l'une des deux propositions est vraie Refuser **N** revient en effet à dire ceci : du fait qu'une proposition au futur est vraie, il ne s'ensuit pas qu'elle est nécessairement vraie. Si l'on considère alors l'ensemble des propositions au futur qui sont vraies, on obtiendra la desscription du futur tel qu'il aura réellement lieu ; on a alors une thèse *réaliste* sur le futur : *Il y a un futur actuel*.

[72] *De Int.* 9, 19a17-23.

[73] D'un point de vue philologique, on s'accorde aujourd'hui à penser que la position d'Aristote lui-même était de refuser **PB** ; la première partie de Gaskin [1995], spécialement les chapitres 8-10 (p. 79-127) établit de manière satisfaisante qu'Aristote acceptait **N** et ne pouvait donc que refuser **PB**.

[74] Gaskin [1995], p. 12-17, distingue *quatre* grandes interprétations, dont la réaliste et l'anti-réaliste ne sont donc que les deux premières. Cela dit, dans sa propre classification, Gaskin montre que la troisième interprétation (statistique) dépend de l'interprétation réaliste, et que la quatrième (boécienne) dépend de l'interprétation anti-réaliste ; par conséquent, l'opposition la plus fondamentale demeure bien entre les deux premières.

Si l'on rapproche ces deux interprétations d'Aristote de la caractérisation générale que nous avons donnée des logiques de la nécessité historique, on constate qu'elles sont en fait deux spécifications du principe **PH** que nous avions défini ainsi :

PH : *les futurs possibles ne se réduisent pas à un unique futur actuel*.

Dans ce principe général, nous avons volontairement laissée indéterminée la question de savoir s'il *y a* un futur actuel. On peut à présent donner les deux spécifications de ce principe selon que l'on répond négativement (pour l'antiréaliste) ou positivement (pour le réaliste) à cette question :

PHar : *il y a plusieurs futurs possibles et aucun n'est actuel*.

PHr : *les futurs possibles ne se réduisent pas au futur actuel*.

Si cette distinction est particulièrement importante pour nous, c'est que la nature du rapport entre temps et modalité n'est pas la même entre les deux interprétations : dans l'interprétation anti-réaliste, il n'y a pas de notion de *futur* sans notion de possibilité, le futur est lui-même une notion modale ; dans l'interprétation réaliste en revanche, il y a une notion de futur indépendante de la notion de modalité. Ce point philosophique a des conséquences importantes pour la formalisation logique, comme nous allons le voir à présent en considérant les deux systèmes de la nécessité historique construits par Arthur Prior.

2. *Les deux axiomatiques prioréennes de la nécessité historique*

Dans le chapitre « Time and Determinism » de *Past, Present and Future*[75], Prior part d'un argument légèrement différent de celui que nous venons d'étudier, mais cela ne modifie pas fondamentalement l'opposition entre conceptions réaliste et anti-réaliste de la nécessité historique. La différence entre les deux arguments concerne l'étape (3), i.e. l'étape qui permet la nécessitation de la proposition vraie au futur : dans l'argument envisagé par Prior, ce qui permet la nécessitation de la proposition vraie au futur, ce n'est pas directement le fait qu'elle soit vraie, c'est qu'elle soit équivalente à une proposition vraie au passé et que *toute proposition vraie concernant le passé est nécessaire*. Cet argument utilise donc de manière explicite le principe **NH** lui-même, ce que ne fait pas l'argument envisagé par Aristote. D'un point de vue historique, la question de savoir si Aristote l'utilisait ou non dans sa restitution de l'argument fataliste a en fait était discutée : dans notre paragraphe précédent consacré à

[75] Prior [1967], p.113-136.

Aristote, nous nous sommes conformés aux conclusions de Gaskin qui estime que la nécessité propre aux propositions passées n'est pas déterminante dans le texte du *De Interpretatione*[76]. Il semble donc plus correct de rattacher l'argument de Prior aux interprétations postérieures à Aristote, tout spécialement à la tradition médiévale (Pierre de Rivo et Guillaume d'Ockham essentiellement).

Nous allons voir à présent la formalisation par Prior de ce nouvel argument pour déterminer quels axiomes sont refusés proprement par la position réaliste (celle qui refuse l'étape de nécessitation) et par la position anti-réaliste (celle qui refuse de tenir pour vraies ou fausses de propositions futures). Nous pourrons ensuite traiter chacune des deux réponses axiomatiques séparément (celle que Prior appelle « ockhamiste » et celle qu'il appelle « peircienne).

a. la formalisation de l'argument fataliste reposant sur **NH**

Il y a un préalable fondamental à une telle formalisation, c'est le passage à une logique *métrique* du temps ; avant d'exposer l'argument formalisé, il nous faut donc exposer la raison de ce réquisit.

Nous avons déjà remarqué à propos de la bataille navale qu'un point fondamental était la simultanéité des deux possibilités envisagées, i.e. le fait qu'elles soient toutes deux fixées à la date de « demain ». Ce point est indispensable à l'argument fataliste car le fataliste ne dit pas qu'il y a un seul et unique état de chose possible *pour toutes les dates* mais que, *pour une date donnée*, il ne peut pas y avoir deux états de choses incompatibles et tous deux possibles. Il y a là évidemment une difficulté pour une formalisation de type prioréen qui n'a pas recours à la quantification sur les dates. Le principe de la solution qu'a finalement adoptée Prior pour résoudre ce problème est relativement simple, et d'une certaine manière il se trouve déjà chez Aristote. En effet, dans l'exemple de la bataille navale, Aristote n'a pas recours à une date telle que « le 6 mars -352 » ; il a recours à ce que Rescher et Urquhart appellent une *pseudo-date*[77]. Ce terme désigne les expressions indexicales du type « maintenant », « demain », « dans trois jours ». Ces pseudo-dates sont suffisantes pour rendre l'argument fataliste opératoire (c'est-à-dire pour fixer une simultanéité), et il est possible de les restituer dans un

[76] Gaskin [1995], p. 26-27 : « The fact that the fatalist's first argument probably proceeds without reference to the past should alert us to the likelihood that the way the past figures in the second argument is inessential to it ».
[77] Rescher et Urquhart [1971], p. 27.

calcul prioréen à condition d'ajouter une *métrique* à ce calcul, c'est-à-dire des expressions de la forme $F_n \alpha$ pour signifier « il sera le cas que α dans un intervalle de temps *n* ».

Nous pouvons à présent donner la formalisation de l'argument proposée par Prior[78] :

(1) $P_m p \to LP_m p$	**NH**
(2) $P_m F_{m+n} p \to LP_m F_{m+n} p$	(1, subst.)
(3) $F_n p \to P_m F_{m+n} p$	**pré-vérité** (cf. **PB**)
(4) $F_n p \to LP_m F_{m+n} p$	(2, 3, syll.)
(5) $L(p \to q) \to (Lp \to Lq)$	**K**
(6) $L(P_m F_{m+n} p \to F_n p)$	**log. temp.**
(7) $LP_m F_{m+n} p \to LF_n p$	(5, 6, subst., syll.)
(8) $F_n p \to LF_n p$	(4, 7, syll.)

Le raisonnement repose sur quatre principes uniquement, parmi lesquels deux ne peuvent pas être plausiblement mis en doute, et les deux autres correspondent aux principes refusés respectivement par la réponse réaliste et la réponse anti-réaliste. Précisons ces points :

L'axiome **K** utilisé à l'étape 5 peut difficilement être mis en doute dans la mesure où il est respecté par toute logique modale normale. Ainsi, quel que soit le sens exact que l'on veuille donner à l'opérateur de nécessité (inévitable, maintenant-inévitable, métaphysiquement nécessaire, etc.) cet axiome sera respecté.

Le principe $L(P_m F_{m+n} p \to F_n p)$ exposé à l'étape 6 peut aussi difficilement être mis en question : en effet, pour que ce principe soit accepté, il suffit que $P_m F_{m+n} p \to F_n p$ soit accepté comme théorème de logique temporelle (il sera alors nécessaire, quel que soit le sens exact de l'opérateur de nécessité). Or si l'on refuse ce théorème, on accepte la compatibilité des deux phrases suivantes : « il était vrai à t1 que p serait le cas à t3 » et « il est faux à t2 que p sera le cas à t3 ». Selon toute plausibilité, la vérité sur des propositions à venir *se conserve* une fois qu'elle est fixée.

En revanche, elle peut très bien n'avoir pas été fixée de toute éternité ; c'est à dire qu'on pourrait très bien accepter la compatibilité de « il est vrai à t2 que p sera le cas à t3 » et de « il n'était pas vrai à t1 que p serait le cas à t3 », dans le cas où « il était encore indéterminé à t1 si p serait ou non le cas à t3 ». Accepter cette possibilité, c'est refuser l'implication $F_n p \to P_m F_{m+n} p$ de l'étape 3 : comme le montre notre explicitation, ce refus correspond à

---

78 Prior [1967], p. 119.

l'abandon du principe de bivalence **PB**. C'est donc à cet axiome précisément que s'attaquera le tenant de la réponse anti-réaliste à l'argument fataliste.

Le tenant de la réponse réaliste, quant à lui, s'attaquera à l'étape 1 de l'argument, c'est-à-dire à l'axiome **NH** lui-même. Ici surgit une objection : si c'est au principe même de la nécessité historique que s'oppose le réaliste, peut-on encore dire que la logique sous-jacente à sa réponse est une logique de la nécessité historique ? Pour résoudre ce problème, il faut préciser que le réaliste ne *refuse* pas le principe **NH** mais qu'il en *restreint l'application*. Il suffira de limiter l'application de cette nécessité historique à *certaines vérités passées*. C'est là précisément le principe de la réponse Ockhamiste : la nécessité des propositions passées n'est *pas* valable pour une proposition qui porte sur le passé « de telle sorte qu'elle soit cependant équivalente à une proposition sur le futur, et dont la vérité dépend de la vérité d'une proposition sur le futur. »[79] A partir de cette restriction, il est impossible de passer de $P_m p \rightarrow LP_m p$ à $P_m F_{m+n} p \rightarrow LP_m F_{m+n} p$. Ce n'est donc pas à strictement parler l'étape 1 de l'argument qui est contestée par le réaliste, mais plutôt la *règle* qui permet de passer de l'étape 1 à l'étape 2, c'est-à-dire la règle de *substitution*.

Nous allons voir à présent les deux axiomatiques que Prior a construites pour formaliser ces deux types de réponse : l'axiomatique réaliste ou « ockhamiste » et l'axiomatique antiréaliste ou « peircienne ».

b. l'axiomatisation de la logique ockhamiste

Dans la réponse réaliste, comme nous avons déjà eu l'occasion de l'observer, le futur est une notion proprement temporelle ; par conséquent, la logique ockhamiste pourra disposer d'une logique temporelle définie *indépendamment* des notions modales. Une telle logique répond donc (mieux que la logique peircienne, comme nous le verrons) au programme des logiques tempo-modales tel que nous l'avons exposé : à savoir dresser une axiomatique temporelle d'une part, une axiomatique modale d'autre part, avec enfin des axiomes mixtes tempo-modaux.

Commençons par la logique temporelle. Voici l'axiomatisation que Prior expose et recommande pour la logique ockhamiste[80] :

---

[79] *Tractatus de Praedestinatione*, q. 1, sol. 2.
[80] Prior [1967], p. 97-100.

<table>
<tr><td>Symboles primitifs</td><td colspan="2">F, P</td></tr>
<tr><td>Règles de formation</td><td colspan="2">si φ est une FBF, et si n est un réel positif, $F_n\varphi$ et $P_n\varphi$ sont des FBF</td></tr>
<tr><td>Règles de transformation</td><td colspan="2">RF : de |- φ inférer |- $F_n\varphi$
RP : de |- φ inférer |- $P_n\varphi$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Axiomes</td><td>FC : $F_n(p \to q) \to (F_n p \to F_n q)$
FF : $F_m F_n p \to F_{m+n} p$
FN[81] : $F_n \neg p \leftrightarrow \neg F_n p$
FΠ : $\forall n F_m F_n p \to F_m \forall n F_n p$</td><td>PC : $P_n(p \to q) \to (P_n p \to P_n q)$
PP : $P_m P_n p \to P_{m+n} p$
PN : $P_n \neg p \leftrightarrow \neg P_n p$
PΠ : $\forall n P_m P_n p \to P_m \forall n P_n p$</td></tr>
<tr><td colspan="2">FP1 : $F_m P_n p \to F_{m-n} p$ pour $m>n$
FP2 : $F_m P_n p \to P_{n-m} p$ pour $n>m$
FP3 : $F_n P_n p \to p$
PF1 : $P_m F_n p \to P_{m-n} p$ pour $m>n$
PF2 : $P_m F_n p \to F_{n-m} p$ pour $n>m$
PF3 : $P_n F_n p \to p$</td></tr>
</table>

Nous n'entrerons pas dans les discussions propres à la logique métrique, mais quelques commentaires s'imposent pour utiliser cette axiomatique dans le cadre d'une logique tempo-modale. Tout d'abord, cette logique métrique n'a pas recours aux opérateurs G et H à partir desquels on définissait pourtant certains axiomes et certaines règles en logique non métrique du temps : il est assez clair pourtant que le rôle joué par la règle RG : de |- φ inférer |- Gφ trouve son exact équivalent dans la règle RF : de |- φ inférer |- $F_n\varphi$, dans la mesure où le n quelconque permet d'inférer cette vérité sur *tous* les temps futurs. Semblablement, l'axiome KF : $G(p \to q) \to (Gp \to Gq)$ trouve son exact équivalent dans l'axiome de logique métrique FC : $F_n(p \to q) \to (F_n p \to F_n q)$.

L'ensemble des axiomes du tableau est réparti selon les trois catégories habituelles : axiomes du passé, axiomes du futur, axiomes mixtes FP et PF. Si l'on s'en tient à une logique métrique du temps, on peut économiser la redondance des axiomes du passé et du futur par la

[81] Prior présente cet axiome de double implication sous la forme de deux axiomes d'implication simple baptisés FN1 et FN2.

règle MIR. Mais cela n'est pas adapté si la logique métrique doit ensuite être prise comme élément d'une logique tempo-modale de la nécessité historique, car on pourrait alors inférer la nécessité du futur à partir de la nécessité du passé, par simple application de la règle MIR.

A l'exception des FΠ et PΠ qui sont intinsèques au calcul métrique, les axiomes mono-temporels peuvent être mis en correspondance avec les axiomes de la logique temporelle habituelle : l'axiome PP : $P_m P_n p \rightarrow P_{m+n} p$ correspond clairement à l'axiome 4P : $PPp \rightarrow Pp$ qui assure la transitivité de la relation d'antériorité. L'équivalent de l'axiome PN : $P_n \neg p \leftrightarrow \neg P_n p$ est moins évident ; il faut remarquer que cet axiome assure l'*unicité* du passé pour un présent donné, c'est-à-dire la linéarité du temps vers le passé. L'axiome PN correspond donc à l'axiome LP : $(Pp \wedge Pq) \rightarrow (P(p \wedge q) \vee P(p \wedge Pq) \vee P(Pp \wedge q))$

Les axiomes mixtes pris ensemble assurent le fait que la relation d'antériorité est la converse de la relation d'antériorité ; par conséquent, ils ont exactement le même rôle que les axiomes $p \rightarrow GPp$ et $p \rightarrow HFp$.

A partir de ces correspondances, on peut essayer de situer au sein du tableau de la première partie, la logique non métrique à laquelle correspondrait la logique métrique ici proposée : cette logique est au moins aussi riche que **Kt** car nous avons les équivalents de KP et KF, plus les axiomes mixtes nécessaires. Elle est également au moins aussi riche que **Kb** car nous avons vus les équivalents de 4P, 4F, et LP. Ce qui peut paraître plus surprenant : elle est également aussi riche que **Kl**, car elle a un équivalent de LF (à savoir l'axiome FN) ; cela voudrait-il dire que cette logique abandonne la pluralité des futurs ? En un sens seulement : la logique métrique ici proposée abandonne la pluralité des futurs *actuels* mais la pluralité des futurs *possibles* sera récupérée lors du croisement avec la logique modale. Il est fondamental de noter que la logique temporelle sur laquelle est fondée la logique tempo-modale ockhamiste est la logique du *temps actuel*. Cette logique du temps actuel est-elle encore plus riche que **Kl** ? Telle que nous l'avons définie, oui : elle respecte la sérialité (vers le futur aussi bien que vers le passé) du fait des règles d'inférence RF et RP : quel que soit *n*, il y a toujours un temps passé depuis un intervalle *n* ou à venir dans un intervalle *n*. Elle respecte également la densité puisque *n* a été défini sur les réels (positifs) : quel que soit *n*, on peut donc toujours écrire le théorème suivant $F_n p \rightarrow F_{n/2} F_{n/2} p$. La logique métrique ainsi définie correspond donc à la logique non métrique que nous avions appelée **Prior+lin** dans notre arbre (annexe 2) d'après l'axiomatique proposée dans le troisième chapitre de Prior [1967].

Une fois que nous avons défini la composante temporelle de notre logique bimodale, il nous faut définir la composante proprement modale. Cela sera beaucoup plus simple. Prior propose l'axiomatique suivante :

Symbole primitif	L
Symbole défini	Mφ =df $\neg$L$\neg$ φ
Règles de formation	si φ est une FBF, Lφ est une FBF
Règle de transformation	N : de |- φ inférer |- Lφ
Axiomes	K : $L(p \to q) \to (Lp \to Lq)$ T : $Lp \to p$ E : $Mp \to LMp$

Pour plus de simplicité, nous avons substitué les noms d'axiomes traditionnels à ceux que donne Prior [1967] p. 125. Il apparaît directement que le système modal ici présenté est **S5**, à savoir le système modal qui est souvent jugé le plus plausible pour rendre compte de nos intuitions sur la modalité.

Dans l'optique qui est la nôtre, un point pourrait pourtant étonner, c'est le fait que la règle **N** soit acceptée : si on accepte cette règle, ne valide-t-on pas l'argument fataliste envisagé par Aristote, celui qui ne passe même pas par la nécessité propre au passé ? Comme nous l'avons dit pour **NH**, la bonne façon d'éviter l'argument fataliste n'est pas de *refuser* **N**, mais de *restreindre* son application. Une manière erronée de raisonner serait la suivante :

(1) p (Hyp)

(2) Lp (1, **N**)

(3) $p \to Lp$ (1, 2, +Cond)

Ce raisonnement utilise la règle de Preuve Conditionnelle (+Cond) de manière correcte. Par conséquent, si la règle **N** était également utilisée de manière correcte, on pourrait montrer que pour tout système modal respectant **N**, on a l'axiome $p \to Lp$ qui trivialise la logique modale et n'est donc pas souhaitable. C'est donc une caractéristique tout à fait fondamentale de la règle de nécessitation qu'elle ne puisse être utilisée que dans une *preuve* et non pas dans une *sous-preuve* (i.e. sous une hypothèse). Ou pour le dire autrement : il ne suffit pas que p soit *vrai* pour qu'on puisse inférer Lp, il faut que p soit *démontrable* (|- p) Grâce à cette restriction, l'argument fataliste envisagé par Aristote n'est pas valide : il n'est donc pas gênant d'adopter la règle **N** dans la composante modale d'une logique de la nécessité historique.

Nous avons vu les deux composantes définies indépendamment l'une de l'autre ; il reste à présent à considérer leurs rapports, définis par les axiomes mixtes. Les axiomes donnés par Prior sont les quatre suivants :

LFΠ : $\forall n F_m LF_n p \rightarrow F_m \forall n LF_n p$

LPΠ : $\forall n P_m LP_n p \rightarrow P_m \forall n LP_n p$

LF : $LF_n p \rightarrow F_n Lp$

LA : $a \rightarrow La$, pour a une A-formule

Les deux premiers axiomes sont requis par l'utilisation des quantificateurs du calcul métrique mais ils n'ont pas un sens philosophique important. LF en revanche commence à donner une première approche de la notion de nécessité utilisée dans la logique ockhamiste. Le « nécessaire » ockhamiste est souvent appelé « inévitable » ou plus précisément « désormais-inévitable » (*now-unpreventable*) : à partir d'une telle détermination intuitive, on peut aisément comprendre le sens de l'axiome LF spécialement si on le met sous la forme suivante $F_n M \neg p \rightarrow MF_n \neg p$. S'il est vrai qu'à la date t1 j'aurai les moyens d'éviter *p*, alors j'ai les moyens d'éviter que *p* soit le cas à la date t1 ; certes je n'ai pas forcément les moyens de l'éviter *tout de suite*, mais cela ne fait pas pour autant de *p* quelque chose d'inévitable. Les possibles relatifs à des bifurcations futures sont aussi des possibles présents.

Mais l'axiome le plus important de cette liste est l'axiome LA qui correspond proprement au principe **NH** ; c'est donc de l'application de cet axiome que dépend le succès ou l'échec de l'argument fataliste. Nous avons vu plus haut que la solution pour éviter la conclusion de l'argument fataliste n'était pas de refuser le principe **NH** en tant que tel, mais plutôt de restreindre son application à certaines propositions, à savoir les propositions passées qui ne sont pas « équivalentes à une proposition sur le futur » selon les termes d'Ockham. La solution formelle de Prior consiste à suivre à la lettre cet agenda : une forme de nécessitation est admise à titre d'axiome $a \rightarrow La$ et non plus seulement de règle ; par là cette nécessitation peut être utilisée dans des sous-preuves (sous des hypothèses) et donc la nécessité du conséquent peut reposer sur la simple *vérité* de l'antécédent et non plus seulement sur sa démontrabilité. Mais la règle qui régit l'usage de cet axiome (la règle de substitution sur cet axiome) ne permet de l'appliquer qu'à des propositions concernant le passé et non équivalentes à des propositions sur le futur. Le problème qui se pose est de savoir comment restreindre la règle de substitution dans le cas d'*un seul* axiome, alors que pour tous les autres axiomes la même règle de substitution devra être non restreinte. La solution est de définir *deux* types de formules bien formées, la règle de substitution ne permettant pas de substituer une formule d'un type à une formule d'un autre type. Intuitivement, un des deux types sera celui des propositions concernant le passé et non équivalentes à une proposition sur le futur ; l'autre type (incluant le premier) sera celui des propositions en général.

La réunion de la logique temporelle et de la logique modale en une seule logique tempo-modale ne se réduit donc pas ici à un ajout d'axiomes mixtes : elle suppose la modification du niveau beaucoup plus fondamental que sont les règles de formation. Voici les nouvelles règles de formation proposées par Prior [1967] (p. 124) :

Règles de formation	(1) les variables propositionnelles (des deux sortes) sont des FBF (2) Si α et β sont des FBF, $\neg\alpha$, $\alpha \to \beta$, $\alpha \wedge \beta$, $\forall n\alpha$, $\exists n\alpha$, $Pn\alpha$, $Fn\alpha$, $L\alpha$ sont des FBF (3) Rien d'autre n'est une FBF
	(1) les A-variables (i.e. *a*, *b*, *c*, ...) sont des A-FBF (2) Si α et β sont des A-FBF, $\neg\alpha$, $\alpha \to \beta$, $\alpha \wedge \beta$, $\forall n\alpha$, $\exists n\alpha$, $Pn\alpha$ sont des A-FBF (3) Si α est une FBF, $L\alpha$ est une A-FBF (4) Rien d'autre n'est une A-FBF

La totalité du système axiomatique tempo-modal défini par ces différentes étapes est rassemblée dans l'annexe 3 pour une vue synoptique.

c. l'axiomatisation de la logique peircienne

La logique peircienne correspond au deuxième grand type de réponse que l'on peut apporter au problème des futurs contingents, à savoir la réponse irréaliste. Pour être plus précis, elle correspond à *une branche* des logiques irréalistes. Comme c'est la seule qu'ait explorée Prior, nous n'envisagerons qu'elle d'un point de vue axiomatique. Pour ce qui est de l'autre branche des logiques irréalistes, qui a été beaucoup développé d'un point de vue sémantique après Prior, nous l'envisagerons dans notre troisième partie. Mais précisons tout d'abord quelles sont ces deux branches en repartant de la définition d'une logique irréaliste :

dans ce type de logique, tous les futurs sont de pures possibilités ; par conséquent, pour qu'une proposition au futur soit *vraie*, il ne suffit pas qu'une des possibilités exemplifie son contenu (« il est possible qu'il y ait une bataille navale demain »), il faut que *toutes* les possibilités exemplifient son contenu (« [quoi qu'il arrive] il y *aura* une bataille navale demain »). Autrement dit, la *proposition vraie au futur* contient un aspect de nécessité.

Cet aspect de nécessité peut être placé à deux niveaux différents, ce qui a des conséquences importantes pour la formalisation :

- soit dans le *sens* de l'opérateur futur lui-même : dans ce cas *Fnp veut dire* « p sera-inévitablement le cas ». *Fnp* sera donc *toujours* soit vraie soit fausse : en effet, si la bataille navale est contingente, la proposition « il y aura-inévitablement une bataille navale » est *fausse* et non pas indéterminée. Cette formalisation peut être appelée **formalisation irréaliste Peircienne**.
- soit dans les *conditions de définition* de l'opérateur futur (les conditions sous lesquelles il peut recevoir une valeur de vérité « définie », i.e. soit vraie soit fausse) : dans ce cas *Fnp* ne sera vrai que si *LFnp* est vrai et faux que si $L\neg Fnp$ est vrai. Dans le cas d'une bataille navale contingente en revanche, *Fnp* ne recevra pas de valeur de vérité classique ; elle sera ni vraie ni fausse. Cette formalisation peut être appelée **formalisation irréaliste classique**.

La différence entre les deux solutions est essentiellement une différence de formalisation : l'avantage formel de la première est de rester dans le cadre d'une logique bivalente où toute formule bien formée est soit vraie soit fausse. Dans une telle perspective, les phrases ni vraies ni fausses du langage naturel portant sur les futurs contingents sont tenues pour informalisables, essentiellement défectueuses. L'avantage de la seconde est que l'opérateur formel du futur correspond mieux au futur des langues naturelles (en langue naturelle en effet, si la phrase « il y aura une bataille navale » est *fausse*, c'est intuitivement qu'il n'y *aura pas* de bataille navale ; s'il est simplement *possible* qu'il n'y en ait pas, un locuteur aurait sans doute tort d'affirmer « il y aura une bataille navale », mais il aurait tort de l'affirmer parce que son affirmation serait incertaine, non parce qu'elle serait fausse).

Quelques mots encore sur la solution classique avant de revenir à Prior et à sa solution Peircienne : la formalisation classique est celle qui correspond sans doute le mieux aux positions d'Aristote, dans la mesure où elle est explicitement anti-bivalente, mais ce dernier ne propose pas de formalisation. Michael Groneberg[82] a montré très clairement qu'une telle

[82] Groneberg [2003]

formalisation ne pouvait prendre que deux voies, qui correspondent au refus de deux éléments distincts du principe de bivalence. **PB** peut en effet être divisé de la manière suivante :

1. Il y a exactement deux valeurs de vérité : vrai et faux.
2. Chaque énoncé en porte exactement une.

Les premières tentatives, initiées par Łukasiewicz[83] ont consisté à refuser la première partie du principe de bivalence : les futurs contingents ne sont ni vrais ni faux parce qu'ils ont une *troisième* valeur de vérité. On a pu également, à partir de la distinction boècienne entre vérité définie et vérité indéfinie, essayer des logiques tétravalentes pour résoudre le problème des futurs contingents. Ces tentatives ont échoué à cause de leur caractère *vérifonctionnel* : Si la valeur de vérité d'une proposition composée dépend uniquement de la valeur de vérité de ses composants, alors il n'y a aucune raison pour que $p \wedge q$ et $p \wedge \neg p$ aient une valeur de vérité différente si p et q sont tous deux contingents ; alors que, intuitivement la première conjonction est contingente ou indéterminée, tandis que la seconde est nécessairement vraie. C'est pour résoudre ce problème que van Fraassen[84] a construit la théorie de la supervaluation, qui consiste à refuser la *deuxième* partie de **PB** en acceptant que certains énoncés n'ont pas de valeur de vérité du tout (logique des lacunes de vérité). La solution consiste à donner la valeur Vrai à toute proposition composée qui serait vraie *pour toute valuation* : par cette opération de *supervaluation*, $p \wedge \neg p$ acquiert la valeur Vrai tandis que $p \wedge q$ reste sans valeur de vérité.

Lorsque nour reviendrons à la solution irréaliste classique dans notre troisième partie, c'est donc à sa version *supervaluée* et non à sa version *plurivalente*. Ceci donne une raison supplémentaire d'étudier la logique irréaliste dans une partie sémanitque car la supervaluation faisant un usage décisif de la *sémantique* du calcul propositionnel. Pour l'instant, nous allons étudier la logique qui a davantage retenu Prior, à savoir la logique peircienne, qui quant à elle supporte un traitement strictement syntaxique.

La formalisation irréaliste peircienne consiste donc à prendre Fnp comme une notation abrégée de « p sera-inévitablement le cas ». A partir de cette définition, deux points apparaissent clairement : tout d'abord, comme nous l'avons déjà observé, le futur devient une notion intrinsèquement *modale*, et par conséquent il ne peut plus être considéré comme la notation syntaxique de la converse du passé (qui lui reste strictement temporel). Cela revient à refuser le principe $F_n p \to P_m F_{m+n} p$ (étape 3 dans la formalisation prioréenne de l'argument

[83] Łukasiewicz [1951].
[84] van Fraassen [1966].

fataliste). C'est à cause de cette caréctéristique que Prior a donné le nom de Peirce à une telle logique : pour Peirce en effet, le passé seul est la région de l'*actualité*, le futur étant proprement la région du possible et du nécessaire.

Deuxième point important : l'expression *Fnp* dans le langage peircien devient strictement équivalente à l'expression *LFnp* dans le langage ockhamiste. On pourrait donc choisir d'intégrer *dans la logique ockhamiste* une nouvel opérateur non primitif **F** tel que :

$\mathbf{F}_n p =_{df} LF_n p$

A partir de cette définition, la logique peircienne peut être définie comme le fragment de la logique ockhamiste reduit aux formules formées par les seuls opérateurs **F** et *P*. On pourrait donc se passer d'une nouvelle axiomatique et reporter simplement à la logique ockhamiste définie plus haut. Cepedant Prior a insisté sur le fait qu'on n'est pas obligé de considérer la logique percienne comme un simple fragment de la logique ochamiste ; c'est pourquoi il a donné une axiomatique peircienne indépendante que nous résumons ici[85] :

<table>
<tr><td>Symbole primitif</td><td colspan="2">F, P</td></tr>
<tr><td>Symbole défini</td><td colspan="2">$\mathbf{M}_n\varphi$ =df $\neg\mathbf{F}_n\neg\varphi$
$\mathbf{G}\varphi$=df $\forall n\mathbf{F}_n\varphi$
$H\varphi$=df $\forall nP_n\varphi$</td></tr>
<tr><td>Règles de formation</td><td colspan="2">si φ est une FBF, $\mathbf{F}_n\varphi$ est une FBF</td></tr>
<tr><td>Règle de transformation</td><td colspan="2">G : de |- φ inférer |- $\mathbf{G}\varphi$
H : de |- φ inférer |- Hφ</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Axiomes</td><td>KF : $\mathbf{G}(p \to q) \to (\mathbf{G}p \to \mathbf{G}q)$
DF : $\mathbf{G}p \to \neg\mathbf{G}\neg p$
4F : $\mathbf{G}p \to \mathbf{GG}p$</td><td>KP : $H(p \to q) \to (Hp \to Hq)$
DP : $Hp \to \neg H\neg p$
4P : $Hp \to HHp$</td></tr>
<tr><td colspan="2">PF : $p \to H\neg\mathbf{G}\neg p$
FP : $p \to \mathbf{G}\neg H\neg p$
FP2 : $(p \wedge Hp \wedge \mathbf{G}p) \to \mathbf{G}Hp$</td></tr>
</table>

Ce tableau met en évidence que la logique peircienne n'est pas trimodale mais seulement *bimodale* du fait que le futur est *lui-même* la notion modale primitive. Afin de

[85] Nous gardons en gras les symboles propres à la logique peircienne.

rendre les axiomes mieux comparables avec la classification des logiques temporelles, ceux-ci sont donnés à partir de l'opérateur défini **G** qui (de manière inhabituelle) *n'est pas* le duale de $\mathbf{F}_n$, mais signifie : « il sera-inévitablement toujours le cas que p ». La question du duale de **G** est un élément fondamental de cette logique à deux titres : d'un point de vue axiomatique, le fait que **G** n'ait pas duale à proprement parler interdit d'abréger les axiomes selon la manière classique : par exemple $p \rightarrow H\neg\mathbf{G}\neg p$ ne *peut pas* être abrégé en $p \rightarrow H\mathbf{F}p$. D'un point de vue sémantique, il y a bien une expression qu'on pourrait considérer comme « duale » de « il sera-inévitablement toujours le cas que », c'est l'expression « il sera-inévitablement le cas que p (à un moment ou à un autre) ». Or Prior a lui-même montré[86], que cette expression était informalisable dans son système peircien. Ce constat nous amènera à un argument d'expressivité en faveur de la notation ockhamiste, mais avant cela, voyons pourquoi cette expression ne peut être formalisée en logique peircienne : la meilleure approximation serait $\exists n\mathbf{F}_n p$, mais cette formule signifie que, dans toutes les éventualités, c'est à la même date que p a lieu, alors qu'on voudrait envisager le cas où p a lieu dans toutes les éventualités, mais *à des dates différentes* selon les éventualités. Par exemple, si l'on tend de manière continue un élastique, on pourrait accepter de dire qu'inévitablement l'élastique lâchera à un moment ou à un autre, sans qu'il soit vrai que le moment où il lâchera soit déjà fixé. Prior montre que, pour exprimer une telle idée, il faut en quelque sorte re-séparer l'élément modal et l'élément temporel présents dans l'opérateur futur peircien ; cette solution consiste ni plus ni moins qu'à revenir à une notation ockhamiste $LF_n p$: dans ce cas on peut distinguer le cas où la date est commune à toutes les éventualités ($\exists nLF_n p$) du cas où la date change d'une éventualité à une autre ($L\exists nF_n p$).

Par conséquent, que l'on choisisse ou non, d'un point de vue philosophique, de considérer la logique peircienne comme un fragment de la logique ockhamiste, il reste clair d'un point de vue formel que la logique peircienne est strictement moins expressive que la logique ockhamiste : on ne saurait faire grief à la logique peircienne de ne pas pouvoir exprimer les futurs vrais mais contingents (le $F_n p$ ockhamiste) dans la mesure où elle les refuse par principe. En revanche, ne pas pouvoir exprimer une proposition telle que $L\exists nF_n p$ est une vraie faiblesse, y compris d'un point de vue « irréaliste » dans la mesure où cette proposition n'engage absolument pas à l'existence d'un futur actuel.

[86] Prior [1967], p. 133.

Les réflexions sur la puissance expressive d'une syntaxe donnée par rapport à une autre reposent sur des intuitions concernant la *sémantique* des ces syntaxes. Pour envisager ces questions de manière plus systématique, il faut donc à présent exposer la sémantique des logiques de la **NH**. Nous avons déjà donné quelques éléments préfigurant le type de sémantique vers lequel nous nous acheminons : nous avons vu qu'une solution irréaliste supervaluationniste serait adaptée à notre futur des langues naturelles et que, même dans une conception anti-réaliste, la *notation* ockhamiste pourrait se révéler indispensable. L'enjeu de la sémantique sera donc de concilier les éléments positifs de la notation réaliste et de la position anti-réaliste classique.

3. Sémantique de la nécessité historique

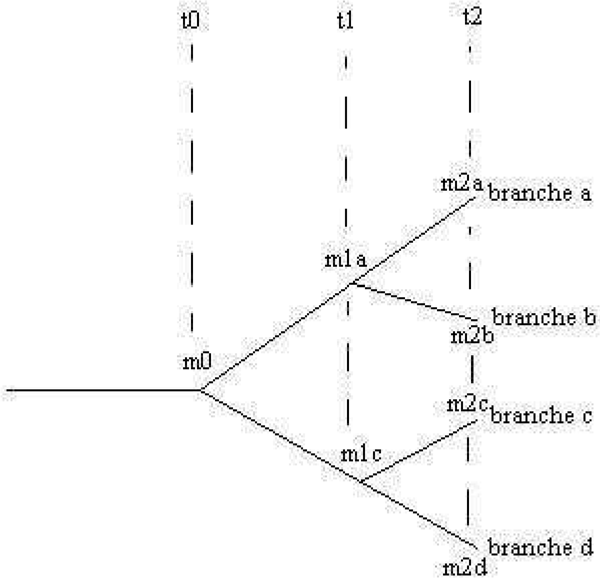
La sémantique de la nécessité historique est une des parties de l'héritage de Prior qui connaît le plus de développements contemporains. Les développements contemporains sont essentiellement de deux types : un premier but est de fournir un modèle formel des logiques **NH** permettant de définir de façon rigoureuse les notions de complétude et de correction pour les axiomatiques envisagées. Cette tâche de modélisation formelle a été entreprise par Prior[87] mais elle n'a été menée à son terme qu'en 2003 par M. Reynolds[88]. Nous avons désormais à notre disposition un système formel à la fois rigoureux et riche ; mais une autre question est de savoir comment ce système formel peut être utilisé pour la description des expressions des langues naturelles, et en particulier du futur. C'est dans cette optique que se placent, notamment, deux récents articles de Mac Farlane[89] ainsi que les travaux en cours de Bonomi[90]. Nous allons donc traiter successivement ces deux types de questions.

a. Modèles formels pour la nécessité historique

En abordant la question dans la propriété de linéarité du temps, nous avons envisagé dès notre première partie l'image intuitive d'un arbre dont les ramifications « brancheraient » vers le futur. L'autre image traditionnelle correspondant à ce temps non linéaire est celle de routes

[87] cf. Prior [1967] p. 127 : « whether [the postulates here listed] are complete for Ockhamist tense-logic, is not known ».
[88] Reynolds [2003].
[89] Mac Farlane [2003] et Mac Farlane [à paraître].
[90] Bonomi [à paraître].

ou de sentiers qui bifurquent rendue célèbre par Borges[91]. Les différentes branches ou les différents chemins représentent les différentes éventualités, les différentes histoires possibles à partir d'un moment donné. Le schéma suivant illustre ce principe :



Dans ce schéma, il est fondamental de distinguer les instants (t0, t1, t2) des moments (m0, m1a, m1c, etc.) : plusieurs moments peuvent appartenir au même instant s'ils n'appartiennent pas à la même branche. Ceci repose sur la notion de simultanéité entre les éventualités dont nous avons vu qu'elle était essentielle pour rendre compte de la possibilité *synchronique*.

A partir d'un tel schéma, il apparaît clairement que la modalité historique peut se traduire formellement par une quantification sur les branches. Par exemple le LGp ockhamiste (c'est-à-dire le Gp peircien) correspond à ceci : p est le cas pour tout moment de toute branche postérieur à m0. Les deux quantifications ($\forall$ et $\exists$) sur les instants combinées aux deux quantifications sur les branches donnent exactement 6 combinaisons différentes ($\forall b \forall t$, $\forall b \exists t$, $\exists t \forall b$, $\exists b \exists t$, $\exists b \forall t$, $\forall t \exists b$). Si l'on ajoute la notion ockhamiste de « branche actuelle » (b_0), on obtient deux combinaisons supplémentaires. Ceux huit types différents de rapport au futur ne sont pas tous également représentés par les différentes syntaxes ; le tableau suivant permet de regrouper de manière plus systématique les remarques que nous avions déjà

[91] Borges [1993].

esquissées concernant l'expressivité comparée de la syntaxe ockhamiste et de la syntaxe peircienne :

	Logique temporelle branchante	Logique peircienne	Logique ockhamiste
$\forall b \forall t F_{t,b} p$	Gp	Gp	$L\forall n F_n p$
$\forall b \exists t F_{t,b} p$			$L\exists n F_n p$
$\exists t \forall b F_{t,b} p$		Fp	$\exists n L F_n p$
$\exists b \exists t F_{t,b} p$	Fp	Mp	$M\exists n F_n p$
$\exists b \forall t F_{t,b} p$			$M\forall n F_n p$
$\forall t \exists b F_{t,b} p$			$\forall n M F_n p$
$\forall t F_{t,b_0} p$			$\forall n F_n p$
$\exists t F_{t,b_0} p$			$\exists n F_n p$

On voit ici clairement que si l'on cherche un langage capable de décrire de manière efficace un arbre du temps, alors la notation ockhamiste s'impose largement. On voit également que cette supériorité demeure même si l'on supprime les deux dernières lignes, i.e. si l'on refuse que, dans le modèle, l'une des branches soit marquée comme l'*histoire actuelle* du monde. On a donc toutes les raisons de conserver cette notation pour le langage formel qu'on utilisera (la caractéristique principale de cette notation étant de *séparer* l'opérateur proprement temporel de l'opérateur modal). Par ailleurs, le choix de ce langage formel comme langage objet ne nous engage absolument pas sur la question métaphysique (y a-t-il ou non un futur actuel ?), ni même sur la question linguistique (l'opérateur *F* de la logique ockhamiste représente-t-il de manière adéquate l'opérateur futur des langues naturelles ?).

Une fois fixé le langage objet, il rest à définir de manière rigoureuse le modèle qui lui donnera une sémantique. Nous allons voir à présent trois manières différentes de définir rigoureusement le modèle branché que nous avons pour l'instant utilisé de manière informelle : ces trois structures sont les structures d'arbre, les structures TxM et les structures de Kamp.

i. Les structures d'arbre

Tous les éléments que nous venons de décrire informellement (arbre du temps, branches, etc.) ont été, progressivement, définis de manière rigoureuse : les premiers éléments se trouvent évidemment dans Prior [1967], mais une étape décisive est l'article « Logic and Time » de Burgess [1979][92] qui donne en quatre pages la quasi-totalité des formalismes aujourd'hui utilisés. Nous utiliserons ici les notations plus canoniques de Thomason [1984][93] :

> ***Une structure d'arbre*** A pour la logique temporelle est une paire < **T, <** > où :
> - **T** est un ensemble non vide
> - **<** est une relation d'ordre transitive sur **T** telle que
>
> si $t_1 < t$ et $t_2 < t$ alors soit $t_1 = t_2$, soit $t_1 < t_2$, soit $t_2 < t_1$.

> Soit < **T, <** > une structure d'arbre et $t \in \mathbf{T}$,
>
> ***Une branche passant par t*** est un sous-ensemble de **T** linéairement ordonné maximal qui contient *t*[94].
>
> $\mathbf{B}_t$ est l'ensemble des branches qui contiennent *t*.

Ces deux définition donnent la structure du modèle en lui-même. Le vocabulaire peut varier légèrement selon les auteurs : les *branches* sont fréquemment appelées des *histoires* dans la mesure où (pour une valuation donnée) une branche donne la description d'un cours possible maximal des événements du monde. Cette terminologie, utilisée par Reynolds [2003] ; elle est aussi particulièrement répandue dans le contexte de la *logique agentive* (ou STIT logic) qui utilise la *même* structure d'arbre comme modèle pour sa sémantique, par exemple dans « Time and Modality in the Logic of Agency » de Chellas[95]. Il est important de noter que les éléments *t* de **T** sont ici des *moments* et non des *instants* selon la terminologie que nous avons donnée plus haut.

Les définitions suivantes régissent le rapport entre la structure d'arbre et un langage donné, i.e. son utilisation proprement sémantique :

---

[92] Burgess [1979], p. 574-577.
[93] Thomason [1984], p. 142-145.
[94] Avec le concept mathématique de *chaîne* on pourrait dire : « une chaîne maximale de **T** contenant *t* ».
[95] Chellas [1992], p. 489sqq.

Une fonction d'assignation (ockhamiste) *h* est une fonction assignant à toute formule atomique un sous-ensemble de **T**.

La valeur de h-vérité $\|\varphi\|^h_{\langle t,b\rangle}$ de φ pour la paire $\langle t,b\rangle$ est définie ainsi[96] :

$\|\varphi\|^h_{\langle t,b\rangle} = 1$ ssi $t \in h(\varphi)$, si φ est atomique,

$\|\neg\varphi\|^h_{\langle t,b\rangle} = 1$ ssi $\|\varphi\|^h_{\langle t,b\rangle} = 0$,

$\|\varphi \wedge \psi\|^h_{\langle t,b\rangle} = 1$ ssi $\|\varphi\|^h_{\langle t,b\rangle} = 1$ et $\|\psi\|^h_{\langle t,b\rangle} = 1$,

$\|\varphi \vee \psi\|^h_{\langle t,b\rangle} = 1$ ssi $\|\varphi\|^h_{\langle t,b\rangle} = 1$ ou $\|\psi\|^h_{\langle t,b\rangle} = 1$,

$\|\varphi \to \psi\|^h_{\langle t,b\rangle} = 1$ ssi $\|\varphi\|^h_{\langle t,b\rangle} = 0$ ou $\|\psi\|^h_{\langle t,b\rangle} = 1$,

$\|P\varphi\|^h_{\langle t,b\rangle} = 1$ ssi il existe $t' < t$ tel que $\|\varphi\|^h_{\langle t',b\rangle} = 1$,

$\|L\varphi\|^h_{\langle t,b\rangle} = 1$ ssi pour tout $b' \in \mathbf{B}_t$, $\|\varphi\|^h_{\langle t,b'\rangle} = 1$,

$\|F\varphi\|^h_{\langle t,b\rangle} = 1$ ssi il existe $t' \in b$ tel que $t < t'$ et $\|\varphi\|^h_{\langle t',b\rangle} = 1$.

Le principe d'une valuation ockhamiste, c'est qu'elle attribue une valeur de vérité aux propositions non seulement *relativement à un temps t*, mais aussi *relativement à une branche* (ou relativement à une *histoire* considérée comme l'histoire *actuelle*) comme l'exprime le couple $\langle t,b\rangle$. A partir de cette sémantique, on peut définir une notion de validité :

Une formule φ ***est ockhamiste-valide*** ssi

pour toute fonction d'assignation *h*, et toute paire $\langle t,b\rangle$, $\|\varphi\|^h_{\langle t,b\rangle} = 1$.

A partir d'une telle définition de la validité ockhamiste, Reynolds [2003] a pu établir une preuve de *complétude* pour un système axiomatique semblable à celui que nous avons étudié pour la logique ockhamiste (cf. Annexe 3). Une modification mérite cependant d'être

[96] On suppose que $\|\varphi\|^h_{\langle t,b\rangle} = 0$ ssi $\|\varphi\|^h_{\langle t,b\rangle} \neq 1$.

remarquée car elle est essentielle pour obtenir la complétude : c'est l'ajout d'une *règle d'irréflexivité* **IRR** dont la paternité revient à Dov Gabbay[97]. Voici la règle en question :

$$\frac{(p \wedge H\neg p) \rightarrow \alpha}{\alpha}$$

Cette règle a pour but de contourner un problème célèbre que nous avons évoqué en première partie, à savoir l'impossibilité de donner un *axiome* correspondant à l'irréflexivité. Or, comme l'irréflexivité est selon toute plausibilité un élément fondamental d'un modèle du temps, toute axiomatique semblait incapable, avant l'invention de cette règle, d'atteindre la complétude pour ces modèles.

Nous n'entrerons pas dans le détail de la preuve de Reynolds, mais mentionnons néanmoins que pour montrer la validité sur un modèle en structure d'arbre, il utilise comme médiation un autre type de modèle, à savoir un modèle en Kamp-structure. Il existe en effet deux autres types de modèles pour décrire le temps branchant ou la nécessité historique : les Kamp-structures et les structures TxW[98]. Chacun d'eux mérite un point de commentaire.

ii. Structures TxW

Ce type de structure est défini également dans Thomason[99]. Pour en comprendre l'esprit, il faut repartir de la distinction que nous avons faite plus haut entre les *moments* (qui n'appartiennent qu'à *certaines* branches) et les *instants* (qui peuvent être interprétés soit comme des ensembles, soit comme des classes d'équivalence, entre moments de branches différentes). Si on se rappelle cette distinction, il est clair qu'elle n'est pas prise en compte dans les structures d'arbre telles que nous les avons définies : les temps t d'une structure d'arbre n'appartiennent qu'à certaines branches. Cette notion de « temps » ne permet donc pas de définir une notion de simultanéité ou de synchronie d'une branche à l'autre (du moins pour les parties où les branches en question ne se recoupent pas). Autant dire qu'un tel modèle ne rend pas compte de ce que nous appellerions intuitivement, le domaine du temps. Les structures TxW permettent de résoudre ce problème :

---

[97] Gabbay [1981].

[98] Le premier exposé systématique des différents modèles sémantiques pour la logique du temps branchant est celui de Thomason [1984]. Un autre plus récent est celui de Zanardo [2006] qui propose une classification légèrement différente à deux points de vue : s'il présente effectivement les structures d'arbre et les structures de Kamp, la troisième possibilité retenue est celle des structures « Ockhamiste » qui correspondent essentiellement aux structures de Kamp pour ce qui nous intéresse. La première différence est donc l'abandon des structures TxW. La seconde différence est la manière de présenter les structures d'arbre : Zanardo adopte le concept de « bundle » introduit par Burgess [1979] et repris également par Reynolds [2003] pour les besoins de sa preuve de complétude ; de fait l'intérêt de ce concept est essentiellement technique, c'est pourquoi nous le présenterons pas.

[99] Thomason [1984], p. 146-147

Un modèle TxW est une structure <W, T, <, ≈> telle que :

- ***W*** et ***T*** sont des ensembles non vides
- **<** est une relation sur ***T*** qui est transitive, irréflexive et linéaire
- ≈ est une relation ternaire sur ***TxWxW*** telle que :

(1) pour tout t, $\approx_t$ est une est une relation d'équivalence

(2) pour tout w_1, $w_2 \in$ ***W*** et tout *t*, $t' \in$ ***T***, si $w_1 \approx_t w_2$ et *t'<t* alors $w_1 \approx_{t'} w_2$.

Dans ce modèle, ***W*** est le domaine des « mondes possibles » qui correspondent à ce que nous avons appelé *branches* (ou *histoires*). ***T*** est proprement le domaine des *instants*. Nous avons vu que dans une structure d'arbre les propositions étaient évaluées pour une paire $\langle t, b \rangle$; ce sera encore le cas dans un structure TxW à ceci près que les branches seront désormais considérées comme des mondes possibles (*w*) et que *t* prend un tout autre sens : comme un instant est commun à *toutes* les branches, il n'y aura plus de sens à écrire $\mathbf{B}_t$ (l'ensemble des branches passant par *t*). La définition des conditions de vérité devra donc être modifiée de la façon suivante :

Une fonction d'assignation (TxW) h est une fonction assignant à toute formule atomique un sous-ensemble de **TxW**, et telle que :

si $w \approx_t w'$ et $t_1 < t$ alors $\langle t_1, w \rangle \in h(\varphi)$ ssi $\langle t_1, w' \rangle \in h(\varphi)$

La condition sémantique ajoutée dans cette définition sert à donner l'interprétation sémantique de la relation ≈ : $w_1 \approx_t w_2$ veut dire, intuitivement, que les branches w_1 et w_2 se recoupent (ont exactement la même assignation) jusqu'au temps *t*. A partir de cette fonction d'assignation, la sémantique est définie de la manière suivante :

$\|P\varphi\|^h_{\langle t,w \rangle} = 1$ ssi il existe $t' < t$ tel que $\|\varphi\|^h_{\langle t',w \rangle} = 1$,

$\|F\varphi\|^h_{\langle t,w \rangle} = 1$ ssi il existe $t' > t$ tel que $\|\varphi\|^h_{\langle t',w \rangle} = 1$,

$\|L\varphi\|^h_{\langle t,w \rangle} = 1$ ssi pour tout $w' \approx_t w$, $\|\varphi\|^h_{\langle t,w' \rangle} = 1$.

Ce nouveau type de modèle génère un nouveau type de validité. Thomason fait observer que ce type de validité fait apparaître de nouveaux axiomes tels que :

$FG \perp \rightarrow LFG \perp$

$GF\mathbf{T} \rightarrow LGF\mathbf{T}$

Ces deux axiomes viennent du fait que, dans une structure TxW, tous les mondes possibles ont la même structure temporelle (toutes les branches partagent exactement les mêmes instants). Cette nouvelle notion de validité devrait également permettre de nouvelles démonstrations de complétude, mais à ma connaissance, la question de complétude pour une sémantique de type TxW est un problème encore ouvert à ce jour.

iii. Kamp-structures

Ce type de modèle a été inventé par Hans Kamp en 1979 dans un manuscrit non publié. En un certain sens, les modèles de Kamp procèdent d'une intuition opposée aux modèles TxW : prenons deux branches b_1 et b_2 qui se recoupent avant t et divergent après t, un modèle TxW consiste à *réunir* en une classe d'équivalence les moments de b_1 et b_2 postérieurs à t qui sont simultanés ; un modèle de Kamp consiste au contraire à *diviser* chaque moment antérieur à t (et donc originellement *commun* à b_1 et b_2) pour obtenir deux moments distincts numériquement et réunis seulement par une classe d'équivalence (cette équivalence étant plus forte que la simple simultanéité puisque toute proposition au présent ou au passé vraie dans un de ces moments est vraie dans l'autre). Les deux figures suivantes représentent le rapport qu'il y a entre une structure de Kamp et la structure d'arbre correspondante :

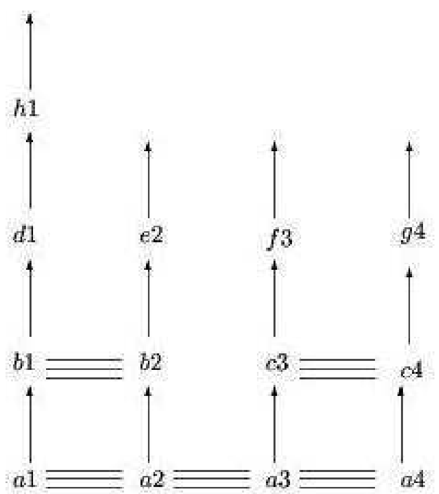


Fig. 1 Kamp-structure

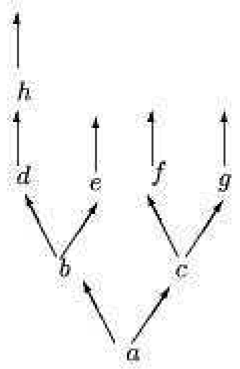


Fig. 2 Arbre correspondant

Formellement, la définition rigoureuse d'un tel modèle est la suivante[100] :

Une Kamp-structure est un triplet $<\Im, W, \approx>$ ***tel que*** :

- $\boldsymbol{W}$ est un ensemble non vide
- $\Im$ est une fonction de $\boldsymbol{W}$ vers les ordres linéaires transitifs et irréflexifs[101]
- $\approx$ est une relation sur $\{\langle t, w, w'\rangle : w, w' \in W$ et $t \in \Im(w) \cap \Im(w')\}$ telle que :

(1) pour tout t, $\approx_t$ est une est une relation d'équivalence

(2) si $w \approx_t w'$ alors $\{t_1 : t_1 \in T_w \wedge t_1 <_w t\} = \{t_1 : t_1 \in T_{w'} \wedge t_1 <_{w'} t\}$

(3) si $w \approx_t w'$ et $t' <_w t$ alors $w \approx_{t'} w'$

Dans cette définition, les « mondes possibles » correspondent aux *branches* ou *histoires* ; les temps t correspondent aux *moments* (et non pas aux *instants*, d'où la restriction $t \in \Im(w) \cap \Im(w')$ dans la définition de $\approx$) ; enfin la relation d'équivalence définie est celle de recoupement de deux branches w_1 et w_2 jusqu'au moment *t* (qui doit leur être commun).

A ce type de structure correspond un nouveau type de validité. Nous disposons d'une preuve de complétude pour ce type de validité puisque, comme nous l'avons dit, la démonstration de complétude de Reynods [2003] qui vaut pour les structures d'arbre utilise comme étape la démonstration de complétude pour les structures de Kamp.

Les structures de Kamp appellent enfin une remarque philosophique. Un outil formel ne contient jamais en lui-même d'engagement philosophique, mais on peut néanmoins remarquer que les structures de Kamp donnent une bonne représentation de la thèse de David Lewis concernant le temps branchant :

Lewis[102] oppose deux conceptions des bifurcations modales, *branching* et *divergence*. Dans la théorie du *branching*, les mondes sont comme des frères siamois ; ils partagent un passé qui est numériquement identique. Les mondes se chevauchent.
Dans la théorie de la *divergence* au contraire, il n'y a pas de chevauchement (*no overlap*). Si deux mondes ont le même passé, ce ne peut être qu'au sens d'une identité générique et non numérique ; le passé de l'un est seulement la copie exacte de l'autre.

---

[100] Thomason [1984], p. 147.

[101] i.e. si $w \in W$ alors $\Im(w) = \langle T_w, <_w \rangle$ où $<_w$ est un ordre sur T_w comme dans les modèles TxW.

[102] Lewis [1986], p. 206.

Les structures de Kamp correspondent bien à ce que Lewis appelle *divergence*. On pourrait même pousser plus loin la lecture philosophique des différentes structures de la nécessité historique : nous avons vu que si l'on prenait les structures d'arbre comme structure de base, les deux autres partaient en quelque sorte dans deux directions opposées ; les structures TxW ont tendance à *unifier*, là où les structures de Kamp ont tendance à *pluraliser*. Il y a donc une certaine gradation entre les trois dans la pluralisation du temps :
Le modèle TxW a une unique série de temps passés et de temps futurs.
Le modèle d'arbre pluralise les temps futurs en fonction de leur divergences.
Le modèle de Kamp pluralise les passés, même lorsqu'ils ne divergent pas.

Si on accepte une telle lecture, on ne s'étonnera pas de trouver Lewis au point extrême du processus de pluralisation. On ne s'étonnera pas non plus de trouver la position de sens commun (TxW) aux antipodes de la position de Lewis. Nous ne nous engagerons pas ici dans les arguments pour ou contre le révisionnisme Lewissien ; notre démarche dans ce mémoire est plutôt descriptive, et c'est pourquoi nous allons conclure à présent notre étude par l'analyse des liens contemporains entre logique de la nécessité historique et sémantique des langues naturelles.

b. La sémantique du futur dans les langues naturelles

Nous venons d'établir deux points importants : tout d'abord qu'il y a plusieurs manières de définir un modèle pour le temps branchant ; d'autre part que la syntaxe la plus riche pour décrire un tel modèle est celle qui utilise les opérateurs ockhamistes. Chacun de ces points peut être considéré sous un nouveau jour lorsqu'on passe à l'analyse des langues naturelles. Premièrement, le langage naturel favorise-t-il l'un ou l'autre des modèles ; et nous avons déjà entrevu que le modèle TxW semblait privilégié de ce point de vue. Deuxièmement, le choix des opérateurs ockhamistes dans le langage objet implique-t-il que le futur du langage naturel soit adéquatement décrit par l'opérateur ockhamiste F ; nous avons eu l'occasion d'annoncer que cela n'était pas nécessaire. Nous allons développer à présent ces deux points ; notre démarche sera la suivante : l'opérateur ockhamiste a des défauts évidents si on veut le prendre comme traduction directe du futur des langues naturelles, et pour résoudre ces défauts, il faut avoir recours à la théorie de la supervaluation. Dans un deuxième temps, nous verrons que la supervaluation suppose quelques modifications dans le modèle TxW pour que celui-ci soit vraiment adapté à la sémantiques des langues naturelles. Enfin nous envisagerons le problème de l'évaluation rétrospective des assertions au futur initialement indéterminées.

i. problème du futur ockhamiste et supervaluation

Le problème du futur ockhamiste pour une description neutre des langues naturelles est trivialement le fait qu'il suppose l'existence d'un futur actuel. La situation suivante est donc possible : la phrase « il y aura une bataille navale demain » est vraie, bien qu'il demeure parfaitement *possible* qu'il n'y ait pas de bataille navale demaine (c'est là une branche possible, quoique non actuelle, passant par notre maintenant). Notre point ici n'est pas de contester la plausibilité métaphysique de la notion de « futur actuel », mais seulement de mesurer sa pertinence pour évaluer les assertions au futur : or il est probable que l'assertion de « il y aura une bataille navale » dépende de l'*ensemble* des éventualités encore possibles et non pas d'un futur actuel inconnaissable.

Nous avons vu que la réponse peircienne consistait à intégrer la quantification sur les éventualités dans la *signification* de l'opérateur futur ; ceci permettrait, au niveau linguistique, de rendre compte du fait que nous venons de mettre en évidence (la vérité de l'assertion d'une proposition future dépend de sa réalisation dans toutes les branches encore possibles). Mais avec un tel « futur modal » on devrait dire que l'assertion « il y aura une bataille navale demain » est *fausse* si le fait est encore indérminé, ce qui ne correspond pas non plus à notre usage commum (on dira plutôt qu'elle n'est pas pertinente, ni vraie ni fausse).

Autrement dit, ockhamisme et peircianisme rendent compte disjointement de deux aspects fondamentaux du futur des langues naturelles, sans parvenir à les tenir tous deux ensemble : l'ockhamisme rend compte du fait que le futur n'est pas modal en lui-même (ou quant à sa signification) ; le peircianisme rend compte du fait que le futur dépend, pour recevoir une valeur de vérité, d'une quantification modale sur les éventualités. La solution qui permet de tenir les deux éléments en même temps est la supervaluation, inventée par van Fraassen[103]. Dans la classification donnée plus haut (qui est une classification métaphysique), la supervaluation était rangée dans la même catégorie (irréaliste) que le peircianisme. Mais du point de vue de la description linguistique, elle se trouve exactement à mi-chemin entre l'actualisme ockhamiste et le modalisme peircien. Il est important de remarquer ce caractère « mixte » de la supervaluation pour ne pas être désarçonné par l'expression de « supervaluation ockhamiste » proposée par Thomason [1984].

Thomason propose en effet de définir, à partir de la structure d'arbre que nous avons déjà exposée et de ses valeurs de vérité classiques, la notion de supervaluation suivante :

[103] van Fraassen [1966].

La supervaleur de h-vérité $\|\varphi\|_t^h$ de φ à t est définie ainsi :

$\|\varphi\|_t^h = 1$ ssi $\|\varphi\|_{\langle t,b\rangle}^h = 1$ pour tout $b \in \mathbf{B}_t$,

$\|\varphi\|_t^h = 0$ ssi $\|\varphi\|_{\langle t,b\rangle}^h = 0$ pour tout $b \in \mathbf{B}_t$.

Ces définitions rendent compte du fait que l'assertion « il y aura une bataille navale demain » est acceptée comme vraie si le fait en question est déterminé (vrai dans toutes les éventualités), tenue pour fausse s'il est déterminé que le fait n'aura pas lieu (faux dans toutes les éventualités), et sans pertinence dans tous les autres cas.

ii. supervaluation dans le modèle TxW

Nous venons de définir la supervaluation pour une structure d'arbre, suivant en cela Thomason [1984]. Cependant, s'il est vrai que les langues naturelles favorisent plutôt une structure TxW, c'est alors à partir d'une telle structure qu'il faudrait définir la supervaluation. Thomason ne le fait pas, et en fait ne pourrait pas le faire compte tenu de la manière dont il définit sa structure TxW. Pour éclaircir ce point délicat, résumons rapidement ce qui distingue les différents modèles de la logique du temps branchant.

Les trois modèles que nous avons exposés peuvent tous être représentés par un schéma d'arbre. Ce qui les distingue fondamentalement, c'est la manière dont ils décrivent ce même schéma, et plus précisément les entités qu'ils prennent comme primitifs. En tout, on peut repérer *quatre* types d'entités sur un tel schéma :

1. les moments m
2. les instants t
3. les branches b (ou histoires h)
4. les faisceaux de branches passant par un moment $\mathbf{B}_m$ (ou $\mathbf{H}_m$)

Parmi ces quatre types d'entités, les structures d'arbre utilisent m comme primitif et définissent b et $\mathbf{B}_m$ en laissant de côté t. Les structures de Kamp utilisent b comme primitif et définissent m et $\mathbf{B}_m$ en laissant de côté t. Enfin les structures TxW utilisent t et b (considéré comme « monde possible » w) en laissant de côté m et par conséquent $\mathbf{B}_m$.

Ce constat permet de mieux comprendre à la fois pourquoi les structures TxW sont mieux adaptées que les autres pour rendre compte du langage naturel, et pourquoi par ailleurs elles posent problème pour la supervaluation.

En effet, le point distinctif des structures TxW est le recours à l'entité *t* que les deux autres modèles laissent de côté. Or il est assez évident que la référence aux temps, dans le langage naturel n'est pas une référence aux *moments* dans la définition très particulière que nous en donnons ici, c'est-à-dire des entités qui peuvent être distinctes même si elles sont simultanées. Par conséquent, une bonne description du rapport entre temps et modalité dans la langue naturelle devra recourir aux entités *instants*.

Mais par ailleurs, les structures TxW posent un problème pour la supervaluation dans la mesure où elles laissent de côté les entités *m* et $\mathbf{B}_m$. En effet, les faisceaux de branches sont essentiels à la définition de la supervaluation : pour qu'une proposition soit historiquement nécessaire, il n'est pas requis qu'elle soit vraie *pour toute branche absolument*, autrement le stock de propositions historiquement nécessaire ne changerait pas au cours du temps. Ce qui fait que la nécessité historique est sensible au passage du temps, c'est précisément que ce passage fait « perdre des branches », c'est-à-dire réduit les branches pertinentes à un faisceau de branches passant par le moment présent.

Ce problème est résolu par Andrea Bonomi et Fabio Del Prete dans un article en cours préparation[104]. Le modèle formel proposé par Bonomi et Del Prete contient exactement les quatre entités que nous avons mentionnées, en prenant comme primitifs les *moments* et les *instants*. Les *histoires* sont définies classiquement à partir des *moments*. Un élément original de cet article est de considérer les faisceaux de branches ou d'histoires $\mathbf{H}_m$ comme le meilleur candidat pour représenter les *mondes possibles* (habituellement, c'est plutôt les branches qu'on considère comme « mondes possibles »). Cet élément sera décisif pour le traitement de l'*index modal* lors de la valuation. Voici donc le modèle défini[105] :

Un modèle de Branching Time est une structure $<U, \leq_U , T>$ ***telle que*** :

- ***U*** est un ensemble non vide (domaine des moments)
- $\leq_U$ est une relation d'ordre partiel sur ***U*** telle que :

---

[104] Bonomi [à paraître].

[105] Notre présentation diffère sensiblement de celle des auteurs : nous omettons en particulier le domaine d'individus D et la classe de fonctions de dénotation F, qui n'ont pas de conséquence pour notre propos. Un point plus important est notre décision de faire entrer les instants dans la *définition* du modèle, ce qui n'est pas fait explicitement par Bonomi et Del Prete. Ma justification est la suivante : la définition qui est donnée des instants p. 16 impose certaines conditions à la structure de Branching Time définie p. 15 (en particulier la condition selon laquelle toutes les histoires doivent avoir exactement la même structure temporelle, être toutes finies ou toutes infinies, etc.). Ces conditions étant nécessaires pour avoir un modèle satisfaisant de Branching Time, et non spécifiées dans la définition de la p. 15, il convient de les y ajouter en intégrant tout simplement la définition des instants dans celle du modèle.

si $m_1 \leq_U m$ et $m_2 \leq_U m$ alors soit $m_1 \leq_U m_2$, soit $m_2 \leq_U m_1$ (linéarité à gauche)

- ***T*** est un ensemble non vide de classes d'équivalence sur ***U*** tel que :

(1) tout moment *m* appartient à exactement un instant *t*

(2) pour tout instant *t* et toute histoire *h*, $t \cap h$ contient exactement un moment *m*

Les éléments non primitifs sont les suivants :

Soit **<*U*, $\leq_U$, *T*>** une structure de Branching Time et $m \in \mathbf{U}$,

Une histoire h est un sous-ensemble de **U** linéairement ordonné maximal.

Le BT-monde $\mathbf{H}_m$ est l'ensemble des histoires qui contiennent *m*.

Le propos de Bonomi et Del Prete est de d'appliquer cette sémantique *directement* à un traitement compositionnel du langage naturel. Mais si l'on voulait poursuivre dans la logique de notre exposé, il serait cependant aisé, à partir d'un tel modèle, de donner une notion de valuation et de supervaluation pour notre syntaxe ockhamiste :

Une fonction d'assignation (ockhamiste) *g* est une fonction assignant à toute formule atomique un sous-ensemble de **U**.

La valeur de h-vérité $\|\varphi\|^g_{\langle m,h\rangle}$ de φ pour la paire $\langle m,h\rangle$ est définie ainsi :

$\|\varphi\|^g_{\langle m,h\rangle} = 1$ ssi $t \in h(\varphi)$, si φ est atomique, (etc. pour les opérateurs classiques)

$\|P\varphi\|^g_{\langle m,h\rangle} = 1$ ssi il existe $m' \leq_U m$ tel que $\|\varphi\|^g_{\langle m',h\rangle} = 1$,

$\|L\varphi\|^g_{\langle m,h\rangle} = 1$ ssi pour tout $h' \in \mathbf{H}_m$, $\|\varphi\|^g_{\langle m,h'\rangle} = 1$,

$\|F\varphi\|^g_{\langle m,h\rangle} = 1$ ssi il existe $m' \in h$ tel que $m \leq_U m'$ et $\|\varphi\|^g_{\langle m',h\rangle} = 1$.

La supervaleur de h-vérité $\|\varphi\|^g_m$ de φ à *m* est définie ainsi :

$\|\varphi\|^g_m = 1$ ssi $\|\varphi\|^g_{\langle m,h\rangle} = 1$ pour tout $h \in \mathbf{H}_m$,

$\|\varphi\|^g_m = 0$ ssi $\|\varphi\|^g_{\langle m,h\rangle} = 0$ pour tout $h \in \mathbf{H}_m$.

iii. l'évaluation rétrospective

Il y a encore un dernier élément important de nos assertions communes sur les futurs contingents dont la théorie de la supervaluation telle que nous l'avons exposée ne permet pas de rendre compte. C'est le problème de l'évaluation rétrospective des futurs contingents. Il est indispensable de considérer ce problème pour pouvoir donner la version finale de la sémantique compositionnelle du futur des langues naturelles.

Plaçons-nous au 1er janvier 2004 et imaginons qu'à cette date-là la météo du 2 janvier est absolument et réellement indéterminée. Si je dis « il fera beau demain », il est pertinent de dire que mon assertion n'est ni vraie ni fausse, et le système de supervaluation que nous avons exposé rend compte de cela. Mais plaçons-nous à présent le lendemain, donc le 2 janvier : le cours des choses est tel que, finalement, il fait beau le 2 janvier. Si l'on évalue désormais l'assertion que j'ai faite la veille, il est très intuitif de dire que ce que j'ai dit est vrai. Autrement dit, avec le passage du temps, nous procédons à des évaluations rétrospectives. Ce ne sont pas à proprement parler des *ré*évaluations puisque toute assertion qui avait déjà une valeur de vérité ne peut pas en changer, mais en revanche les propositions qui n'en avaient pas peuvent en acquérir. Le problème des évaluations rétrospectives a été mis en avant par John Mac Farlane avec l'exemple météorologique que nous venons d'utiliser[106]. Nous adopterons ici de nouveau la solution que proposent Bonomi et Del Prete plutôt que celle de Mac Farlane lui-même à cause d'un argument que nous développons en Annexe 4.

Le principe d'une évaluation rétrospective est qu'une assertion, même si elle concerne un seul et même moment, est évaluée différemment selon la circonstance de l'évaluation. Par conséquent, la valuation qu'on utilisera devra prendre *deux* arguments temporels : l'un fixant le moment de l'événement auquel on se réfère (la météo du 2 janvier), l'autre fixant le moment de l'évaluation (le 1er ou le 2 janvier). Les outils formels de cette solution ont déjà été présentés dans le premier chapitre à propos de la discussion sur contextualisme et littéralisme : un de ces moments est fourni par le contexte de l'assertion, c'est lui qui permettra de *saturer* les expressions indexicales et de fixer le *contenu* de l'assertion. L'autre moment sera fourni par l'index qui permettra de passer du *contenu* à la *valeur de vérité*.

Autrement dit, toute formule φ de la langue naturelle sera évaluée relativement à trois choses $[\![\varphi]\!]^{c,g,w}$ d'après Bonomi[107] :

[106] Mac Farlane [2003].
[107] Bonomi [à paraître], p. 18.

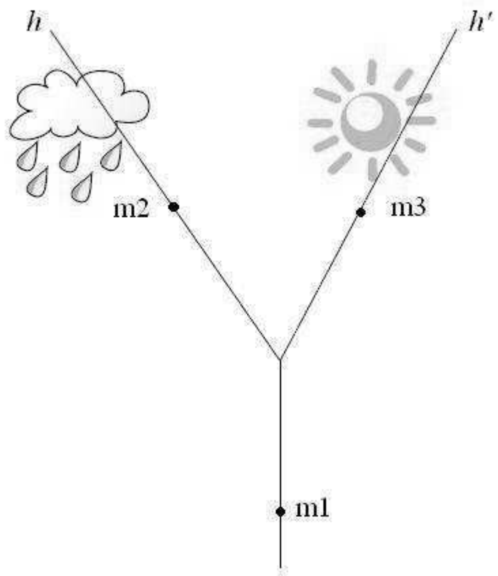
- un contexte $c = \langle m, n, X \rangle$ où m représente le moment du contexte proprement dit

n représente le moment de la circonstance d'évaluation

X est un ensemble de propositions

- une assignation g
- un index w, ou circonstance d'évaluation, qui peut être défini très simplement à partir de n donné dans le contexte : $w = \mathbf{H}_n$. Cette définition très simple dépend des deux définitions de la sémantique de Bonomi et Del Prete exposée plus haut : d'une part de l'idée selon laquelle les mondes possibles sont les faisceaux d'histoires et non les histoires elles-mêmes ; d'autre part du fait que pour tout moment m de **U** il existe un et un seul $w = \mathbf{H}_m$.

Si l'on reprend l'exemple météorologique, voici comment ces éléments rendent compte de nos intuitions concernant la phrase « il fera beau » prononcée à m1 :



1. Evaluation à m1 :

* le *contexte* est $c = \langle m1, m1, X \rangle$

* le *monde* de l'index est donc $w = \mathbf{H}_{m1} = \{h, h'\}$

Comme la phrase prend une valeur de vérité différente en *h* et en *h'*, la supervaluation n'attribue pas de valeur de vérité à la phrase.

2. Evaluation rétrospective à m3 :

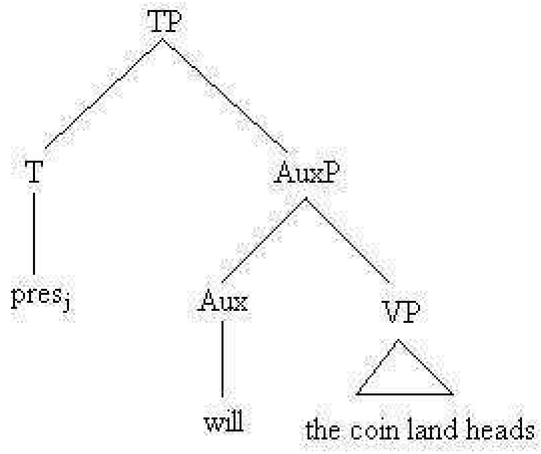
* le *contexte* est $c = \langle m1, m3, X \rangle$

* le *monde* de l'index est donc $w = \mathbf{H}_{m3} = \{h'\}$

Comme la phrase est vraie dans toute branche de $\mathbf{H}_{m3}$, elle est rétrospectivement supervaluée comme vraie.

Le problème de l'évaluation rétrospective est donc résolu de manière satisfaisante par ce modèle. Ce que nous n'avons pas encore exposé, cependant, c'est le rôle exact que joue le futur de la langue naturelle dans cette solution : est-il un opérateur modal ou strictement temporel ? L'aspect modal est-il contenu dans le *sens* du futur ou seulement dans ses conditions de définition ? Pour rendre compte du sens du futur, Bonomi et Del Prete proposent une traduction du futur en lambda-terme qui permet de mesurer la contribution sémantique du futur dans l'élaboration compositionnelle du sens de la phrase[108].

Avant de présenter le lambda-terme correspondant au verbe « will » lui-même (qui est assez complexe), nous allons en présenter l'esprit à partir de l'arbre syntaxique hyper-simplifié suivant (qui représente la phrase : « the coin will land heads ») :



A partir de cet arbre, on peut décrire la forme qu'aura le lambda-terme correspondant au verbe « will ». L'**AuxP** de l'arbre est une fonction qui prend pour argument un *moment v* fourni par $pres_j$ et retourne une formule (le **TP**) ; en lambda-terme, c'est un $\lambda v\varphi$. Donc le verbe « will » (i.e. ici l'**Aux**) sera une fonction qui prend comme argument le groupe « the coin land heads » (que Bonomi appelle une *temporal property* et note Π[109]) et retourne comme argument un $\lambda v\varphi$; c'est donc un lambda-terme de la forme $\lambda\Pi\lambda v\varphi$.

La grande originalité de Bonomi est d'apporter une restriction sur ce lambda-terme : cette restriction est une condition de définition ou de bonne formation. Le λ-terme sera fonctionnellement applicable si et seulement si la condition de « settledness » est satisfaite (intuitivement si et seulement si le **VP** est valué de la même manière dans toutes les éventualités encore ouvertes au moment *n* qui vaut comme circonstance de l'évaluation). Cette condition de « settledness » dépendra logiquement de trois choses : de la *propriété temporelle* Π considérée, du moment de l'assertion *m* (ou plus précisément de l'instant auquel il appartient i_m), et enfin du faisceau d'histoires défini par le moment d'évaluation *n*, c'est-à-dire $\mathbf{H}_n$. Le lambda-terme correspondant au verbe « will » sera donc de la forme suivante :

$$\lambda\Pi\lambda v : settled(\Pi, i_v, \mathbf{H}_n).\varphi$$

[108] Bonomi [à paraître], p. 19.
[109] ibidem.

Avant de commenter cette condition de restriction qui est le dispositif essentiel de cette solution, achevons de définir rigoureusement les deux éléments $settled(\Pi, i_v, \mathbf{H}_n)$ et φ qui ne posent pas de réel problème[110] :

$$settled(\Pi, i_v, \mathbf{H}_n) =_{Def} \forall h \in \mathbf{H}_n \exists z \in h[i < z \wedge \Pi(\mathbf{H}_n)(z)] \vee \forall h \in \mathbf{H}_n \neg \exists z \in h[i < z \wedge \Pi(\mathbf{H}_n)(z)]$$

(soit toutes les histoires de $\mathbf{H}_n$ instancient Π soit aucune ne le vérifie).

$$[[will]]^{g,c,\mathbf{H}_n} = \lambda\Pi\lambda v : settled(\Pi, i_v, \mathbf{H}_n).\forall h \in \mathbf{H}_n \exists z \in h[i < z \wedge \Pi(\mathbf{H}_n)(z)]$$

(le verbe « will » stipule que toutes les histoires de $\mathbf{H}_n$ instancient Π).

L'originalité de cette condition de restriction utilisée dans un lambda-terme est qu'elle permet de récupérer au sein d'une sémantique compositionnelle les résultats de la supervaluation : une phrase avec « will » en effet, grâce à cette condition, ne sera ni vraie ni fausse si son objet est encore indéterminé.

La sémantique de Bonomi satisfait donc à la totalité des critères que nous avons défini au cours de ce second chapitre :

- un langage-objet capable de quantifier sur toutes les entités pertinentes d'un modèle d'arbre (moments, instants, histoires et faisceaux d'histoires)
- une version anti-réaliste supervaluationniste du futur des langues naturelles
- un traitement réellement sémantique du futur des langues naturelles.

[110] Nous opérons ici quelques simplifications par rapport à l'article de Bonomi : par exemple, l'usage d'un ensemble de propositions X permettant de restreindre le faisceau d'histoires $\mathbf{H}_n$ au faisceau plus petit $f(\mathbf{H}_n, c)$ n'est pas indispensable pour comprendre le principe de cette sémantique. Par ailleurs, nous avons toujours traduit *w* par $\mathbf{H}_n$ pour plus de clarté, car il n'est pas classique de définir les mondes possibles comme faisceaux d'histoires, et l'usage de *w* pouvait donc induire des confusions.

Conclusion

En partant de l'élaboration par Prior des logiques temporelles, nous nous sommes attachés à montrer deux rapports principaux entre temps et modalité, un rapport d'analogie et un rapport d'interaction ; et nous avons cherché à établir l'héritage de chacune de ces deux perspectives dans la logique ou la sémantique contemporaine.

L'analogie formelle entre le domaine du temps et le domaine du possible n'est plus une nouveauté : l'une et l'autre logique sont de fait classifiées aujourd'hui dans la catégorie des logiques « modales » au sens large (c'est-à-dire des logiques intensionnelles). Personne ne met en doute aujourd'hui le fait que la logique temporelle soit une sorte de logique modale, *si du moins* il existe quelque chose comme la logique temporelle (au sens prioréen de logique des *opérateurs* temporels). En effet, le point de discussion qui susbsiste aujourd'hui est la question de savoir si une telle logique temporelle est pertinente ou légitime ; nous avons tenté de montré qu'elle pouvait garder une utilité et que les arguments destinés à montrer son incohérence fondamentale n'étaient pas décisifs. Nous avons ensuite étudié la *sémantique* des calculs temporels et modaux, c'est-à-dire la notion de quantification sur les instants et les mondes possibles : le point important de cette deuxième partie, c'est que l'analogie entre temps et modalité du point de vue de la sémantique passe en fait par le biais d'une *autre analogie*, à savoir l'analogie avec la quantification sur les *individus*. Cette triple analogie, dont l'inspiration prioréenne est assez claire si l'on pense à *Worlds, Times and Selves*, a également un fort héritage dans les discussions contemporaines. En effet, le programme de recherche sémantique de Philippe Schlenker sur la « symmétrie ontologique » repose exactement sur le même genre d'intuitions et de phénomènes ; nous allons revenir sur ce programme dans quelques instants.

Auparavant considérons le résultat de notre deuxième chapitre consacré aux logiques de l'interaction entre temps et modalité. Nous avons vu qu'historiquement la première interaction formalisée dans la logique du 20$^{\text{ème}}$ siècle fut le principe de plénitude tel qu'il a été défendu par Diodore Cronos. Le principe de plénitude définit même plus qu'une « interaction » entre temps et modalité : il opère une véritable *réduction* de la modalité à la temporalité. En dépit de son utilité heuristique chez Prior, cette logique manque de plausibilité philosophique ou simplement linguistique et c'est pourquoi elle n'a pas connu de postérité. Le principe de la nécessité historique en revanche a connu une grande postérité : Prior a conservé l'opposition traditionnelle entre une logique réaliste et une logique anti-réaliste de la nécessité historique ; nous avons vu que chacune des deux avait ses avantages : la logique « ockhamiste » de Prior (réaliste) a offert un langage objet suffisamment riche pour décrire de manière satisfaisante un modèle d'arbre, tandis que la logique anti-réaliste (dans sa version supervaluationniste, plutôt que dans la version « peircienne » de Prior) offre une meilleure description du langage naturel. La sémantique compositionnelle de Bonomi nous a semblé réunir ces deux avantages dans une seule et même théorie, qui présentait en outre le mérite d'une analyse proprement linguistique du futur des langues naturelles.

Pour conclure, je souhaite attirer l'attention sur un point de convergence intéressant entre le programme de symmétrie ontologique de Schlenker (donc l'aspect le plus contemporain de l'étude de l'analogie) et la sémantique de Bonomi (qui représente l'aspect le plus contemporain pour l'étude de l'interaction). Il y a en effet, dans le domaine de la quantification sur les individus, un analogue de la condition de « settledness » que nous avons vue chez Bonomi pour la quantification tempo-modale. Cet analogue, que Kai von Fintel appelle « presupposition of argument homogeneity »[111] concerne le problème des définis pluriels soulevé par Löbner [1985]. Considérons un groupe de cinq enfants dont trois jouent et deux ne jouent pas. La phrase « les enfants jouent » est-elle vraie ou fausse ? Nous avons une certaine intuition que cette phrase n'est ni vraie ni fausse, parce qu'elle viole une présupposition (comme pour tout échec présuppositionnel, une telle phrase provoque une perplexité, un moment d'arrêt, et éventuellement la réaction « attendez, cela dépend... »). De la même façon, pour la phrase « il y aura une bataille navale », nous avons une certaine intuition qu'elle n'est ni vraie ni fausse, qu'une présupposition a été violée, et cela produit une perplexité, et éventuellement la réaction « attendez, cela dépend... ».

Dans les deux cas, on peut supprimer l'échec présuppositionnel : si au lieu de dire « les enfants jouent » on dit « *tous* les enfants jouent », alors la phrase est clairement fausse. De même, si au lieu de dire « il y aura une bataille navale » on dit « il y aura *nécessairement* une bataille navale », alors la phrase est clairement fausse.

La présupposition qui a lieu dans les deux cas est tout à fait semblable. Pour la mettre en évidence, utilisons le test de la résistance à la négation. La situation A où « les enfants jouent » est vraie, et la situation B où « les enfants ne jouent pas » est vraie, ont quelque chose en commun : l'ensemble considéré (les enfants) est « homogène » à l'égard de l'argument « jouer ». C'est donc cela qui est présupposé, et par conséquent si l'on se place dans une

[111] Fintel [1992], p. 32.

situation où cette condition n'est pas satisfaite, la phrase « les enfants jouent » ne sera ni vraie ni fausse. De même, la situation C où « il y aura une bataille navale » est vraie, et la situation D où « il n'y aura pas de bataille navale » est vraie, ont quelque chose en commun : l'ensemble considéré (les éventualités, où histoires, encore ouvertes) sont « homogènes » à l'égard de l'argument considéré (à savoir la bataille navale) ; le fait que la bataille navale soit *settled* (nécessairement ait lieu, ou nécessairement n'ait pas lieu) est donc *présupposé* et non asserté par la phrase « il y aura une bataille navale », et par conséquent si l'on ne satisfait pas à cette condition, la phrase ne sera ni vraie ni fausse.

Cette analogie pourrait être poussée jusqu'au niveau de l'analyse compositionnelle : de même que Bonomi représente la condition de settledness comme une condition sans laquelle la fonction **AuxP** de la forme $\lambda v\varphi$ ne peut s'appliquer correctement à un argument de la forme v pour produire une phrase, de même on pourrait considérer que le condition d'« argument homogeneity » est une condition sans laquelle la fonction **DP** (à savoir « les enfants », qui selon l'analyse de Montague est de la forme $\lambda P\varphi$ est donc de type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$) ne peut s'appliquer correctement à un argument **VP** (à savoir « jouent », qui est de la forme $\lambda xP(x)$ et donc de type $\langle e,t\rangle$) pour former une phrase.

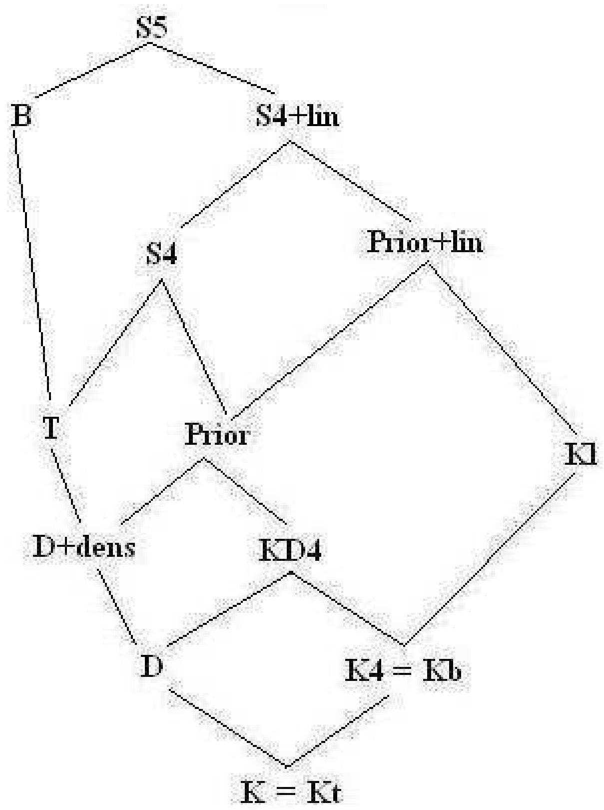
Cette analogie très forte entre la présupposition de « settledness » dans la sémantique tempo-modale de Bonomi et la présupposition d'«argument homogeneity » dans la quantification sur les individus est un argument en faveur du programme de symmétrie ontologique de Schlenker. Elle opère cependant un léger déplacement par rapport à ce programme : en effet, le programme de Schlenker consiste originellement à étudier les analogies entre trois domaines distincts, la modalité, la temporalité, et enfin les individus. Dans notre exemple au contraire, il y a analogie entre *deux* domaines, à savoir le domaine des individus d'une part, et d'autre part l'unique domaine « tempo-modal » où temporalité et modalité sont non plus des analogues l'un de l'autre mais deux éléments d'un même domaine. Il me semble que les recherches linguistiques actuelles sur les diverses catégories du TAME (temps, aspect, modalité, évidentialité) tendent à favoriser cette deuxième version du programme de symmétrie ontologique.

Annexes

Annexe 1 : Présentation bimodale des systèmes temporels

Système	Nom usuel	logique du futur	logique du passé	Axiomes Mixtes	Propriété de la relation
Kt	K	$G(p \rightarrow q) \rightarrow (Gp \rightarrow Gq)$	$H(p \rightarrow q) \rightarrow (Hp \rightarrow Hq)$		-
	-			$p \rightarrow GPp$ $p \rightarrow HFp$	(relations converses)
Kb	4	$Gp \rightarrow GGp$	$Hp \rightarrow HHp$		transitive
	-		$(Pp \wedge Pq) \rightarrow (P(p \wedge q) \vee P(p \wedge Pq) \vee P(Pp \wedge q))$		linéaire à gauche
Kl	-	$(Fp \wedge Fq) \rightarrow (F(p \wedge q) \vee F(p \wedge Fq) \vee F(Fp \wedge q))$			linéaire à droite
Prior	D	$Gp \rightarrow Fp$	$Hp \rightarrow Pp$		sériale
	-	$Fp \rightarrow FFp$	$Pp \rightarrow PPp$		dense

Annexe 2 : Les logiques du futur au sein des logiques modales



Explicitation des axiomes de chaque système :
K=Kt : K
K4=Kb : K, 4
D : K, D
KD4 : K, D, 4
D+dens : K, D, dens.
Prior : K, D, 4, dens.
T : K, T[1]
S4 : K, T, 4[2]
Kl : K, 4, lin.
Prior+lin : K, D, 4, dens., lin.
S4+lin : K, T, 4, lin.[3]
B : K, T, B[4]
S5 : K, T, E[5]

---

[1] D et dens. sont ici des théorèmes.
[2] idem.
[3] idem.
[4] idem.
[5] D, B, 4, dens. et lin. sont ici des théorèmes.

Annexe 3 : Axiomatique tempo-modale Ockhamiste

Symboles primitifs	F	P	L
Symbole défini			Mφ =df $\neg$ L $\neg$ α
Règles de formation	(1) les variables propositionnelles (des deux sortes) sont des FBF (2) Si α et β sont des FBF, $\neg\alpha$, $\alpha \to \beta$, $\alpha \wedge \beta$, $\forall n\alpha$, $\exists n\alpha$, $Pn\alpha$, $Fn\alpha$, $L\alpha$ sont des FBF (3) Rien d'autre n'est une FBF		
	(1) les A-variables (i.e. *a*, *b*, *c*, ...) sont des A-FBF (2) Si α et β sont des A-FBF, $\neg\alpha$, $\alpha \to \beta$, $\alpha \wedge \beta$, $\forall n\alpha$, $\exists n\alpha$, $Pn\alpha$ sont des A-FBF (3) Si α est une FBF, $L\alpha$ est une A-FBF (4) Rien d'autre n'est une A-FBF		
Règles de transformation	RF : de |- α inférer |- $F_n\alpha$	RP : de |- α inférer |- $P_n\alpha$	N : de |- α inférer |- Lα

<table>
<tr>
<td rowspan="3">Axiomes</td>
<td>FC : $F_n(p \to q) \to (F_n p \to F_n q)$
FF : $F_m F_n p \to F_{m+n} p$
FN : $F_n \neg p \leftrightarrow \neg F_n p$
FΠ : $\forall n F_m F_n p \to F_m \forall n F_n p$</td>
<td>PC : $P_n(p \to q) \to (P_n p \to P_n q)$
PP : $P_m P_n p \to P_{m+n} p$
PN : $P_n \neg p \leftrightarrow \neg P_n p$
PΠ : $\forall n P_m P_n p \to P_m \forall n P_n p$</td>
<td rowspan="2">K : $L(p \to q) \to (Lp \to Lq)$
T : $Lp \to p$
E : $Mp \to LMp$</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">FP1 : $F_m P_n p \to F_{m-n} p$ pour $m>n$
FP2 : $F_m P_n p \to P_{n-m} p$ pour $n>m$
FP3 : $F_n P_n p \to p$
PF1 : $P_m F_n p \to P_{m-n} p$ pour $m>n$
PF2 : $P_m F_n p \to F_{n-m} p$ pour $n>m$
PF3 : $P_n F_n p \to p$</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3">LFΠ : $\forall n F_m L F_n p \to F_m \forall n L F_n p$
LPΠ : $\forall n P_m L P_n p \to P_m \forall n L P_n p$
LF : $L F_n p \to F_n L p$
NH : $a \to La$, pour a une A-formule</td>
</tr>
</table>

Annexe 4 : deux solutions au problème de l'évaluation rétrospective Bonomi vs Mac Farlane

Il est malaisé de comparer directement la solution de Bonomi et celle de Mac Farlane dans la mesure où elles utilisent des formalismes et des notations fort différentes. Le principe fondamental des deux solutions reste néanmoins le même : il consiste à utiliser *deux* moments différents *m* et *n* lors de la valuation, l'un étant le moment de l'assertion, l'autre le moment de l'évaluation. Mais c'est dans la manière de faire entrer en jeu ces deux moments dans l'évaluation que les deux traitements diffèrent :

- pour Bonomi, les deux moments sont deux « informations » contenues dans un seul et même contexte.
- pour Mac Farlane, les deux moment sont fournis par *deux contextes* différents (l'un d'assertion C_U [1], l'autre d'évaluation C_A [2]), pour la simple raison qu'un contexte n'est rien d'autre qu'un moment, par définition.

Une autre différence importante concerne la définition des mondes possibles :

- Bonomi, comme nous avons vu, utilise une conception originale dans laquelle les « mondes possibles » sont identifiés aux faisceaux d'histoires
- Mac Farlane garde la conception traditionnelle qui identifie les « mondes possibles » aux *histoires* elles-mêmes.

Par conséquent, quand Bonomi et Mac Farlane tombent d'accord sur le fait que l'*index* est un « monde possible », il est clair que cet accord n'est guère plus que verbal.

Essayons néanmoins de présenter leurs deux formalismes de manière comparée en uniformisant au maximum les notations ; pour rendre compte de l'évaluation rétrospective, il faut évaluer une phrase *S* ... :

Bonomi	Mac Farlane
... à un point d'évaluation $\langle g, c, w\rangle$.	... à un point d'évaluation $\langle g, C_U, w\rangle$, en tant qu'évaluée à C_A.
g = une fonction d'assignation *c* = $\langle m, n, X\rangle$ *w* = $\mathbf{H}_n$	*g* = une fonction d'assignation $C_U = m$ *w* = *h*, tel que $h \in \mathbf{H}_n$ $C_A = n$
$[\![S]\!]^{g,\langle m,n,X\rangle,\mathbf{H}_n}$ est vraie ssi *S* est vraie pour toute $h \in \mathbf{H}_n$	$[\![S]\!]^{g,m,h}$ est vraie en tant qu'évaluée à *n* ssi *S* est vraie pour toute $h \in \mathbf{H}_m \cap \mathbf{H}_n$ [3]

[1] *context of utterance.*
[2] *context of assessment.*
[3] pour arriver à cela, Mac Farlane passe par la définition de deux notations différentes de la nôtre : $W(C)$ est l'ensemble des « mondes » (histoires) qui se recoupent au « contexte » (moment) C. Et $W(C_1|C_2) = W(C_1) \cap W(C_2)$ dans tous les cas où $W(C_1) \cap W(C_2) \neq \varnothing$.

C'est à partir de ces deux « définitions » différentes mais comparables de la supervaluation qu'on peut tenter de donner un argument en faveur de l'une ou l'autre solution. Il faut remarquer tout d'abord qu'elles sont *équivalentes* si les deux conditions suivantes sont réunies :

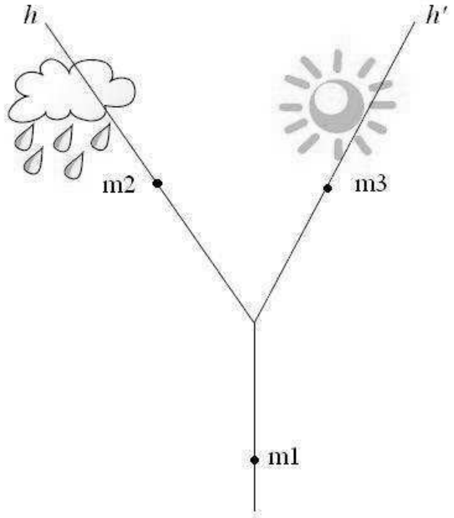
- si $m<n$
- si m et n appartiennent à au moins une histoire commune

En effet, si ces deux conditions sont réunies, alors le faisceau des histoires passant par n est *inclus* dans le faisceau des histoires passant par m $\mathbf{H}_n \subseteq \mathbf{H}_m$, et donc $\mathbf{H}_m \cap \mathbf{H}_n = \mathbf{H}_n$.

Pour que les deux solutions soient distingables, il suffit donc de trouver un cas qui ne satisfait pas l'une ou l'autre de ces deux conditions, c'est-à-dire :

- un cas d'évaluation *prospective* avant détermination de l'événement ($n<m$)
- un cas d'évaluation *contrefactuelle* (n est contrefactuel pour m)

Nous envisagerons seulement le premier cas, en repartant du même schéma météorologique de Mac Farlane :



Supposons que nous construisions un prompteur relié à un baromètre infaillible : ce prompteur prononce la phrase « il fait beau » dès qu'il fait beau (donc en particulier en *m3*) et « il ne fait pas beau » dès qu'il ne fait pas beau (donc en particulier en *m2*).

On envisage alors le cas où *h'* se réaliserait : dans ce cas, il est vrai que le prompteur asserterait « il fait beau ». On se demande ensuite si la phrase qu'il asserterait *dans ce cas* est vraie *si on l'évalue maintenant*.

A cette question, Bonomi et Mac Farlane répondront différemment ; si donc une réponse est plus intuitive que l'autre, elle pourra servir d'argument.

Plus précisément, Mac Farlane devrait répondre que cette assertion, en tant qu'évaluée dans le contexte *m1*, est *vraie* puisqu'il considère l'intersection des deux faisceaux d'histoires, soit $\mathbf{H}_{m1} \cap \mathbf{H}_{m3} = \{h, h'\} \cap \{h'\} = \{h'\}$, or pour *h'* tout seul, la phrase est vraie. Inversement, la logique de la solution de Bonomi devrait amener à dire que l'assertion que pourrait faire le prompteur en *m3* n'est ni vraie ni fausse si on l'évalue à *m1*.

D'une manière générale, on peut dire que la solution de Mac Farlane consiste à supervaluer la phrase sur le faisceau défini par le *moment postérieur*, tandis que la solution de Bonomi consiste à la supervaluer sur le faisceau défini par le *moment du contexte d'évaluation* (qu'il soit antérieur ou postérieur au moment d'assertion).

Or il me semble qu'il est plus logique, *a priori*, que le faisceau pertinent soit celui du moment d'évaluation (autrement à quoi sert ce moment d'évaluation lorsqu'il est postérieur), et il me semble également que l'intuition sur l'exemple du prompteur est plutôt conforme à la prédiction de Bonomi, c'est-à-dire que l'assertion que le prompteur *pourrait faire* n'a pas encore de valeur de vérité.

C'est en partie pour cette raison que je n'ai présenté, dans le corps du devoir, que la solution de Bonomi et non celle de Mac Farlane (l'autre raison étant les applications que Bonomi propose à la sémantique compositionnelle des langues naturelles).

Bibliographie

I. Arthur Prior

COPELAND, J. : 1996, 'Prior's life and legacy', in J. Copeland (éd.), *Logic and reality: essays on the legacy of Arthur Prior*, Oxford, Clarendon Press.

MEREDITH, C. et PRIOR, A. N. : 1956, 'Interpretations of Different Modal Logics in the "Property Calculus" ', mimeograph, University of Canterbury Philosophy Department, reprinted in Copeland [1996].

PRIOR, A. N. : 1955, 'Diodoran Modalities', *The Philosophical Quarterly* **5**(20), 205-213.

PRIOR, A. N. : 1957, *Time and modality*, Oxford, Oxford University Press.

PRIOR, A. N. : 1962a, 'Possible Worlds', *The Philosophical Quarterly*, **12**(46), 36-43.

PRIOR, A. N. : 1962b, 'Tense-Logic and the Continuity of Time', *Studia Logica* **13**, 133-148.

PRIOR, A. N. : 1958, 'The syntax of time-distinctions', *Franciscan studies* **18**(2), 105-120.

PRIOR, A. N. : 1967, *Past, Present and Future*, Oxford, Oxford University Press.

PRIOR, A. N. et FINE, K.: 1977, *Worlds, Times, and Selves*, Amherst, University of Massachusetts Press.

II. Logiques modales du temps et analogie temps-mode

VAN BENTHEM, J. : 1983, *The logic of time*, D. Reidel P. C., Dordrecht.

BROAD, C. D. : 1938, *An Examination of McTaggart's Philosophy* vol. II, Cambridge, Cambridge University Press.

CARNAP, R. : 1946, 'Modalities and Quantification', *The Journal of Symbolic Logic* **11**(2), 33-64.

CARNAP, R. : 1956, *Meaning and necessity*, Chicago, University of Chicago Press Chicago.

COCCHIARELLA, N. : 'Tense and Modal Logic: a Study in the Topology of Temporal Reference', PhD thesis, UCLA, Los Angeles, 1965.

EVANS, G. : 1985, 'Does Tense Logic Rest on a Mistake ?' in *Collected Papers*, Oxford, Clarendon Press, 343-363.

FINDLAY, J. N. : 1941, 'Time: A Treatment of Some Puzzles', *Australasian Journal of Philosophy* **19**(3), 216-235.

VON FINTEL, K. : 1997, 'Bare Plurals, Bare Conditionals, and Only', *Journal of Semantics* **14**, 1-56.

FREGE, G. : 1967, *Kleine Schriften*, ed. I. Angelelli. Hildesheim : Olms.

GEACH, P. : 1949, 'Review of J. Weinberg, *Nicolaus of Autricourt : A Study in Fourteenth Century Thought*', *Mind* **58**, 238-45.

IATRIDOU, S. : 2000, 'The grammatical ingredients of counterfactuality', *Linguistic Inquiry* **31**(2), 231-271.

JONSSON, B. et TARSKI, A. : 1951, 'Boolean algebras with operators', *American journal of mathematics* **73**, 891-939, et 1952, **74**, 127-162.

KAPLAN, D. : 1989, 'Demonstratives' in Almog, J., Perry, J. and Wettstein, H. (eds.) *Themes from Kaplan*, New York : Oxford University Press, pp. 481-563.

KRIPKE, S. A. : 1963, 'Semantical considerations on modal logics', *Acta Philosophica Fennica* **16**, 83-94.

LEMMON, E. J. : 1966, 'Algebraic Semantics for Modal Logics II', *The Journal of Symbolic Logic* **31**(2), pp. 191-218.

LEWIS, C.I. : 1918, *A Survey of Symbolic Logic*, Berkeley, University of California Press.

LEWIS, C.I. : 1932, 'Alternative Systems of Logic' *The Monist* **42**, 481-507.

LEWIS, D. : 1970, 'General Semantics', *Synthese* **22**, pp 18-67.

LÖBNER, S. : 1985, 'Definites', *Journal of Semantics*, **4**, 279-326.

LOWE, E.J. : 1992, 'McTaggart's Paradox Revisited', *Mind* **101**, 323-326.

LOWE, E. J. : 1993, 'Comment on Le Poidevin' *Mind, New Series* **102**(405), 171-173.

MONTAGUE, R. : 1960, 'Logical necessity, physical necessity, ethics, and quantifiers', *Inquiry* **3**, 259-269.

ØHRSTRØM, P. et HASLE, P. F. V. : 1995, *Temporal Logic: from Ancient Ideas to Artificial Intelligence*, Dordrecht, Kluwer.

RECANATI, F. : 2007, *Perspectival thought : a plea for (moderate) relativism*, Oxford, Oxford University Press.

REICHENBACH, H.: 1947, *Elements of Symbolic Logic*, New York, Macmillan.

RESCHER, N. et URQUHART, A. : 1971, *Temporal Logic*, Vienne, Springer-Verlag.

SCHLENKER, P. : 2005, 'Ontological Symmetry in Language: A Brief Manifesto', *Mind & Language* **21**(4), 504-539.

VON WRIGHT, G.H.: 1951, *An Essay on Modal Logic*, Amsterdam, North-Holland.

III. Logiques diodoréennes et principe de plénitude

ARISTOTE, trad. TRICOT, J. : 1959, *Traité du Ciel*, trad. J. Tricot, Paris, Vrin.

GASKIN, R. : 1995, *The Sea Battle and the Master Argument: Aristotle and Diodorus Cronus on the Metaphysics of the Future*, Berlin, Walter de Gruyter.

HINTIKKA, J. : 1973, *Time and Necessity: Studies in Aristotle's Theory of Modality*, Oxford, Oxford University Press.

LOVEJOY, A. : 1936, *The Great Chain of Being: A Study of the History of an Idea*, Harvard, Harvard University Press.

MATES, B. : 1949, 'Diodorean Implication', *The Philosophical Review* **58**(3), 234-242.

RESCHER, N. : 1966, 'A Version of the "Master Argument" of Diodorus', *The Journal of Philosophy* **63**(15), 438-445.

WILLIAMS, C. J. F. : 1965, 'Aristotle and corruptibility: a discussion of De Caelo I. 12', *Religious Studies* **1**, 95-107.

ZELLER, E. : 1882, 'Uber den Kyrieuon des Megariker Diodorus' *Sitzungsberichte der Koniglichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin.*

IV. Logiques du temps branchant et nécessité historique

ARISTOTE, trad. TRICOT, J. : 1949, *De L'Interprétation*, Paris, Vrin.

ARISTOTE, trad. TRICOT, J. : 1962, *Premiers Analytiques*, Paris, Vrin.

BONOMI, A. et DEL PRETE, F. : à paraître, 'Evaluating future-tensed sentences in changing contexts' disponible sur http://www.filosofia.unimi.it/bonomi/future.pdf.

BORGES, J. L. : 1993, 'Le jardin aux sentiers qui bifurquent', in *Oeuvres complètes*, Paris, Gallimard.

BURGESS, J. P. : 1979, 'Logic and Time', *The Journal of Symbolic Logic* **44**(4), 566-582.

CHELLAS, B. F. : 1992, 'Time and Modality in the Logic of Agency', *Studia Logica* **51**, 485-517.

VAN FRAASSEN, B. : 1966, 'Singular Terms, Truth-Value Gaps and Free Logic', *Journal of Philosophy* **63**.

GABBAY, D. M. : 1981, 'An irreflexivity lemma', in U. Mönnich (éd.), *Aspects of Philosophical Logic*, Dordrecht, Reidel , 67-89.

GRONEBERG, M. : 2003, ‘La vérité du futur contingent : Łukasiewicz, Tarski ou Van Fraassen’, *Actes du Colloque de la SOPHA* – Montréal.

LEWIS, D. : 1986, *On the Plurality of worlds*, Oxford, Blackwell.

ŁUKASIEWICZ, J. : 1951, *Aristotle's syllogistic from the standpoint of modern formal logic*, Oxford, Clarendon Press.

ŁUKASIEWICZ, J. : 1961, *Z zagadnien logiki i filozofii, Pisma wybrane*, Jerzy Slupecki (éd.), Warsaw, Panstwowe Wydawnictwo Naukowe.

MACFARLANE, J. : 2003, ‘Future contingents and relative truth’, *The Philosophical Quarterly* **53**(212), 321-336.

MACFARLANE, J. : à paraître, ‘Truth in the Garden of Forking Paths’, in M. Garcia-Carpintero & M. Kolbel (Eds.), *Relativising utterance truth*, Oxford, Oxford University Press.

D’OCKHAM, G., trad. MICHON, C. : 2007, *Traité sur la prédestination*, Paris, Vrin.

REYNOLDS, M. : 2003, ‘An Axiomatization of Prior’sOckhamist Logic of HistoricalNecessity’, *Advances in Modal Logic* **4**, 355-370.

THOMASON, R.H. : 1984, ‘Combinations of tense and modality’, in *Handbook of Philosophical Logic* vol. 2, 135-165.

ZANARDO, A. : 2006, ‘Quantification over Sets of Possible Worlds in Branching-Time Semantics’, *Studia Logica* **82**, 379-400.