

RAPPORT DE PROJET EXPÉRIMENTAL

Département de Physique de l'ENS

Le diapason

Elèves :
Elie Gouzien
Sophie Marbach

Supervision :
Benjamin Miquel
Avec l'aimable participation du Pr.
Christophe Prigent



FIGURE 1 – Jeu de treize diapasons chromatiques

Novembre 2011

Table des matières

Introduction	2
I Etude du régime libre du diapason	3
I.1 Régime libre : théorie de l'oscillateur harmonique amorti	3
I.1.1 Préliminaire : Oscillations de la poutre en régime libre non amorti	3
I.1.2 Introduction du terme d'amortissement	4
I.2 Montage expérimental	5
I.3 Mesures et analyse des résultats	6
I.3.1 Deux façons de mesurer le facteur de qualité	7
II Etude du régime forcé du diapason	10
II.1 Dispositif expérimental	10
II.2 Réponse à 400Hz et 2700Hz	11
II.3 Interprétation des valeurs	12
III Etude des différentes harmoniques	13
III.1 Etude en puissance des harmoniques	13
III.2 Forme des différentes harmoniques	14
III.2.1 Théorie : oscillation des tiges	14
III.2.2 Mise en réalisation pratique	15
III.2.3 Résultats	16
III.3 Complément : oscillation de la tige du diapason	18
IV Etude du rayonnement acoustique du diapason	19
IV.1 Quelques constations expérimentales	19
IV.2 Théorie	19
IV.3 Expérience	20
IV.4 Résultats	21
V Bilan	23

Introduction

Avant l'invention d'instrument de référence permettant de s'accorder, les chœurs et autres musiciens prenaient pour référence le la de l'orgue du village pour chanter. Evidemment, avec le changement des saisons, et surtout d'un village à l'autre, le la pouvait varier d'au moins 40 Hz, et pour les chanteurs nomades, la justesse était difficilement accessible.

Un millénaire après l'invention des premiers orgues, au début du XVIIIème siècle, on invente le premier diapason, dont la résonance au la est très pure, car les harmoniques supérieures sont beaucoup plus hautes que celles d'une corde vibrante classique, ou celle d'un tuyau d'orgue, et très atténuées. Mais la fabrication des diapasons varie d'un endroit à l'autre, laissant le la de référence des grands orchestres variant jusqu'à 20 Hz plus haut ou plus bas. Il faudra attendre 1939 pour que soit fixé un diapason international normal à 440 Hz à la température de 20 ° C.

Le but de ce projet est l'étude expérimentale des propriétés de résonance et d'émission d'un diapason à 440 Hz. Comment se comporte-t-il en régime libre ? En régime entretenu ? Quelles sont les harmoniques du diapason ? Quel mouvement des tiges crée un son ? Quel est le comportement acoustique de ce petit instrument ? Comment mettre en œuvre des montages pour vérifier des modèles classiques ?

Après quatre jours d'harcèlement auditif vis à vis de nos camarades, et de bricolage avec des pinces, du polystyrène et un laser, voici le compte rendu de nos recherches !

I Etude du régime libre du diapason

La première interrogation et la plus évidente fut la suivante : comment le diapason se comporte-t-il quand on lui inflige une pichenette à un bout d'une des tiges ? C'est-à-dire comment se comporte-t-il à la suite d'une excitation brève et ponctuelle ? Comment peut-on alors quantifier la pureté du son émis ?

I.1 Régime libre : théorie de l'oscillateur harmonique amorti

I.1.1 Préliminaire : Oscillations de la poutre en régime libre non amorti

On modélise chaque branche du diapason par une tige à section rectangulaire rigide et on s'intéresse donc au mouvement latéral d'une tige rigide, c'est-à-dire en l'absence de pesanteur.

On se place dans un référentiel galiléen lié au laboratoire.

La tige se meut dans le plan xOz , l'origine O étant prise à l'extrémité fixe de la tige. On note α l'angle de déflexion de la tige par rapport à l'horizontale x , s l'abscisse curviligne. (α pris positif par rapport à l'axe Oz)

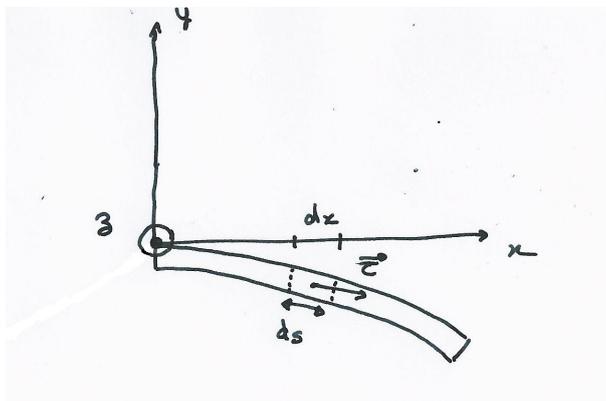


FIGURE 2 – Schéma de déflexion de la barre

On suppose de plus que la tige n'est pas extensible et que la déflexion demeure faible, si bien que les sections verticales de la tige demeurent perpendiculaires à son axe au cours du mouvement. On peut alors écrire l'équation de Bernoulli-Euler qui décrit le couple subi par une tige flexible en torsion (à l'abscisse s , décrit le couple exercé par ce qu'il y a après, sur ce qu'il y a avant) :

$$\vec{M} = E.I. \frac{d\alpha}{ds} \vec{e}_z \quad (1.1)$$

Où E est le module d'Young du matériau, et I son moment quadratique par rapport à l'axe z , soit, si la poutre a une longueur l , une largeur b et une hauteur a : $I = a \frac{b^3}{12}$. I traduit une sorte de résistance à la flexion le long de l'axe de la tige : plus la section est importante, plus la résistance est importante. L'expression (1.1) ci dessus se justifie rapidement en disant que plus le matériau est rigide (module d'Young important), plus sa géométrie l'empêche de se tordre (I important), et plus l'angle de déflexion est important, plus le couple est important.

Dans l'approximation des petits angles, (1.1) devient : $\vec{M} = E.I. \frac{d^2y}{dx^2} \vec{e}_z$ et le mouvement se fait seulement selon la direction y : on peut donc réduire le problème angulaire à un problème cartésien, en écrivant que la tige est soumise à une force selon la direction y , $F(x) = F(x) \vec{e}_y$, force qui décrit à l'abscisse x la force exercée par ce qu'il y a après, sur ce qu'il y a avant.

A l'abscisse x , pour un petit élément dx , l'équilibre des moments en x se traduit par :

$$\vec{0} + \vec{e}_x \wedge F(x + dx) - M(x) + M(x + dx) = 0$$

En simplifiant et en supprimant les ordres 2, cela devient : $F(x) = -\frac{dM}{dx}$

Dès lors : $F(x) = -E.I. \frac{d^3y}{dx^3} \vec{e}_y$

On écrit alors le principe fondamental de la dynamique à un petit élément dx en projection sur y :

$$(\rho.a.b.dx) \frac{d^2y}{dt^2} = F(x + dx) - F(x)$$

D'où l'équation bi-harmonique décrivant l'évolution de l'amplitude d'oscillation de la tige en fonction du temps :

$$E.I. \frac{d^4y}{dx^4} + \rho.a.b \frac{d^2y}{dt^2} = 0 \quad (1.2)$$

En séparant les variables, écrivant : $y(x, t) = \phi(x).f(t)$

On obtient deux équations :
$$\begin{cases} E.I. \frac{d^4\phi}{dx^4} + \omega_0^2 \rho.a.b \phi = 0 & (1.3) \\ \frac{d^2f}{dt^2} + \omega_0^2 f = 0 & (1.4) \end{cases}$$

I.1.2 Introduction du terme d'amortissement

A x fixé, l'équation décrivant l'oscillation du morceau de tige considéré s'écrit donc :

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + \omega_0^2 y(t) = 0$$

Or, on constate bien que les tiges du diapason n'oscillent pas indéfiniment : le diapason perd de l'énergie par ce qui le tient et par la résistance de l'air. On est donc tentés d'introduire simplement un terme d'amortissement, ainsi :

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dy(t)}{dt} + \omega_0^2 y(t) = 0$$

Où Q est le facteur de qualité.

Cette équation a pour solution (en notation complexe) les fonctions du type :

$$\underline{y} = \underline{y}_0 . e^{i\omega_0 t} . e^{-\frac{\omega_0 t}{Q}}$$

Un régime libre suite à une pichenette correspond à des oscillations libres amorties. Ainsi, pour obtenir la réponse en amplitude de y , on peut effectuer sa transformée de Fourier :

$$\tilde{y}(\omega) = \left\| \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{+\infty} \underline{y} e^{-i\omega t} dt \right\| = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{|y_0|}{\sqrt{(\omega_0 - \omega)^2 + \frac{\omega_0^2}{Q^2}}}$$

Si nous mesurons ω_0 , nous aurons accès à la fréquence de résonance du diapason. Et si nous mesurons Q , nous pourrions caractériser la pureté du son du diapason. Il suffit donc de récupérer y en fonction du temps à x fixé.

I.2 Montage expérimental

Nous avons à disposition un laser et une photodiode sensible à l'éclairement dans le cadran droit et dans le cadran gauche d'un petit disque. L'idée était donc simple : envoyer le laser dans le plan de l'oscillation sur le côté latéral de la tige. Le mouvement de la tige entraînerait une déviation de l'angle de réflexion du laser d'amplitude quelconque mais de même pulsation, que l'on pourrait récupérer sur la photodiode en étudiant la différence d'éclairement sur les deux cadrans.



FIGURE 3 – Montage 1 : Etude du régime libre du diapason

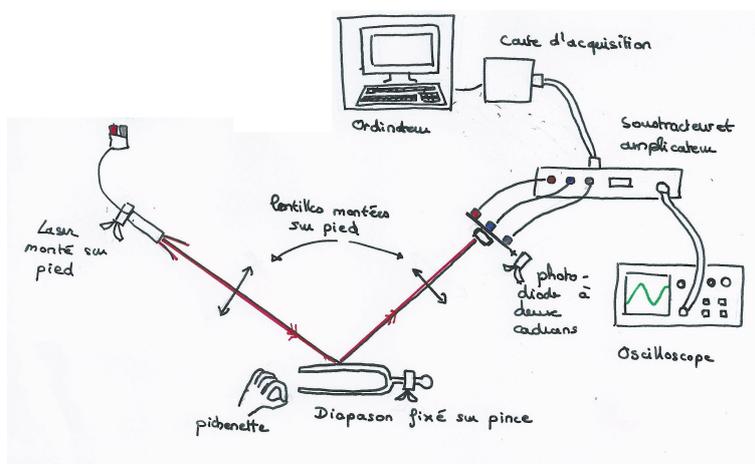


FIGURE 4 – Montage 1 : schéma du montage

Justification de l'utilisation de la diode Voici un schéma expliquant l'utilisation de la diode.

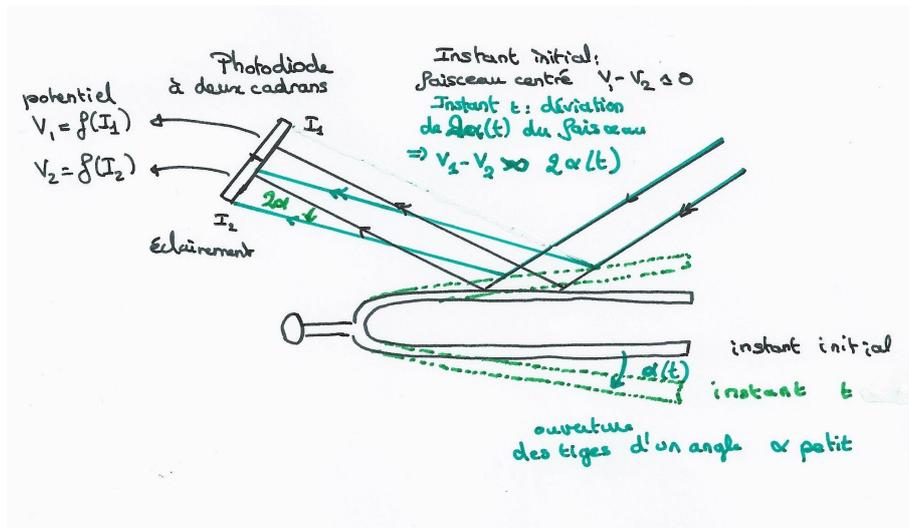


FIGURE 5 – Schéma montrant la déviation du faisceau vers la diode avec les oscillations des tiges du diapason

Si on regarde la déviation du faisceau, comme l'oscillation des tiges a une amplitude caractéristique suffisante pour rendre sensible la diode à une petite déviation lumineuse, la différence d'éclairément entre les deux zones du cadran est donc proportionnelle aux oscillations de la tige éclairée du diapason. Par conséquent, on récupère bien un signal correspondant, à un facteur multiplicatif près.

I.3 Mesures et analyse des résultats

On a réalisé plusieurs acquisitions avec un amplificateur. On observe nettement une décroissance du signal de type exponentielle (qui justifie un terme d'amortissement linéaire).

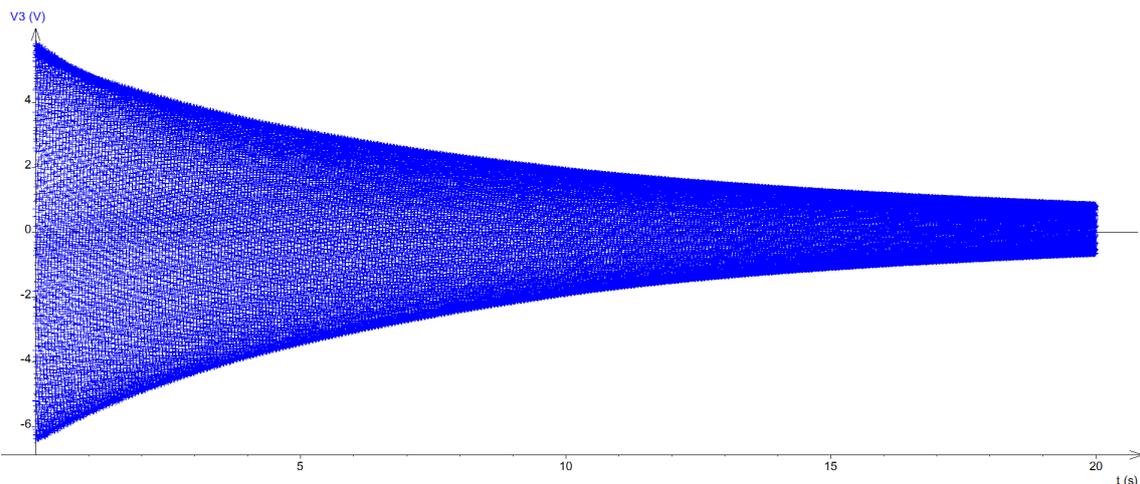


FIGURE 6 – Evolution du signal récupéré par l'oscilloscope (amplifié) qui est proportionnel au déplacement de l'extrémité d'une tige du diapason en régime libre après excitation par une "pichenette"

On effectue la transformée de Fourier du signal récupéré :

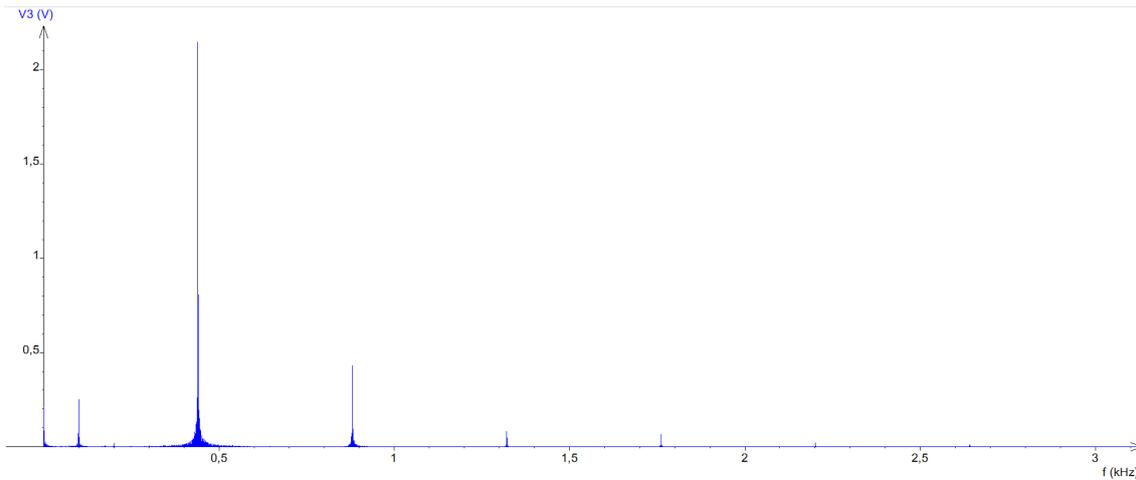


FIGURE 7 – Transformée de Fourier du signal récupéré en régime libre

On observe un net pic aux environs de 440 Hz, ce qui est largement rassurant !

I.3.1 Deux façons de mesurer le facteur de qualité

Première méthode Régression linéaire du décroissement logarithmique

On prend le logarithme de chaque point acquis (en supprimant la valeur moyenne due au bruit $\ln(|V_3 - V_{3,moy}|)$), ce qui nous donne clairement (cf figure ci dessous) une frontière linéaire qui correspond à l'enveloppe exponentielle décroissante. $\ln(|V_3 - V_{3,moy}|) = cste - \frac{\omega_0}{Q}t$

On trouve ainsi $Q = 2844 \pm 70$

En tentant de mettre une incertitude correspondant sur la faible précision de modélisation de la droite reliant les pics successifs - mais cette mesure repose tout de même sur une méthode un peu "pifométrique".

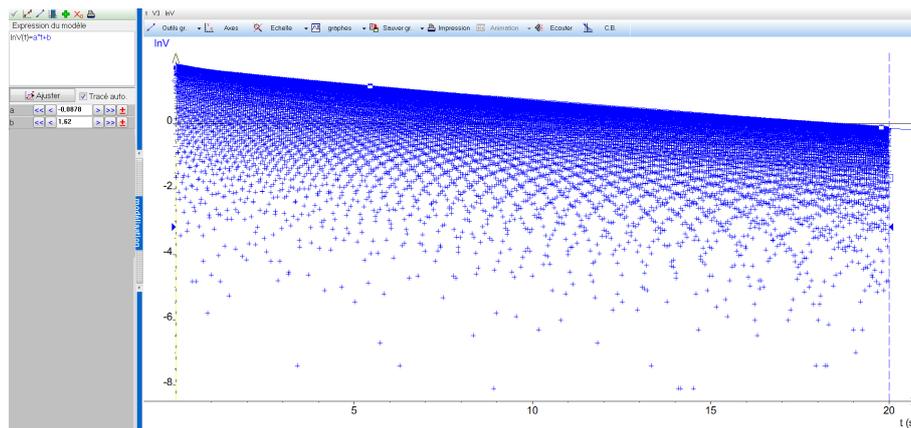


FIGURE 8 – Evolution logarithmique du signal récupéré par l'oscilloscope (amplifié) et modélisation

Seconde méthode Modélisation des pics de la transformée de Fourier par une lorentzienne

La modélisation donne Q directement, sinon on prend la largeur à mi hauteur de la courbe, qui donne Q .

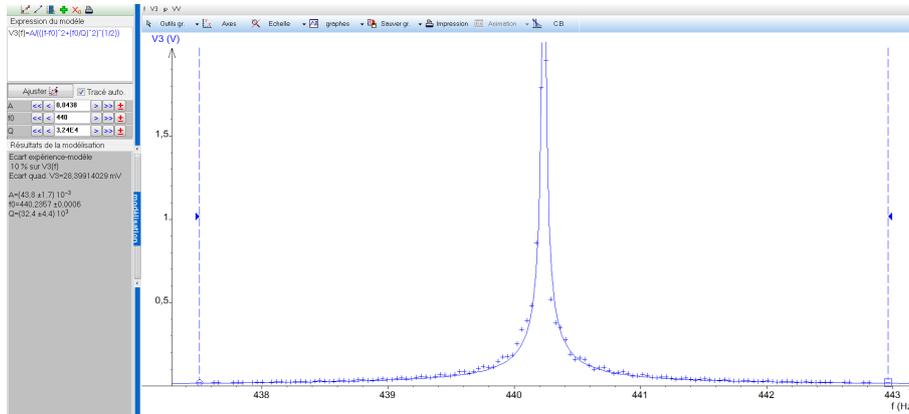


FIGURE 9 – Transformée de Fourier du signal, puis extraction des points correspondant aux amplitudes, puis modélisation par une lorentzienne

On trouve $Q \simeq 32400$ soit un facteur 10 en plus. Comme quoi la tentative d'évaluation d'une incertitude quelconque était ridicule. (incertitude relative : 13% pour la transformée de fourier)

En fait, cet effet est très certainement dû à la transformée de Fourier de Regressi, qui est faite avec une fenêtre de Hamming. Ne disposant plus d'une version maniable de Regressi nous avons utilisé C++ pour refaire la transformée de Fourier du signal, de façon classique en étant sûr qu'il n'y avait pas de fenêtre de Hamming.

Voici le résultat de la transformée de Fourier et de sa modélisation.

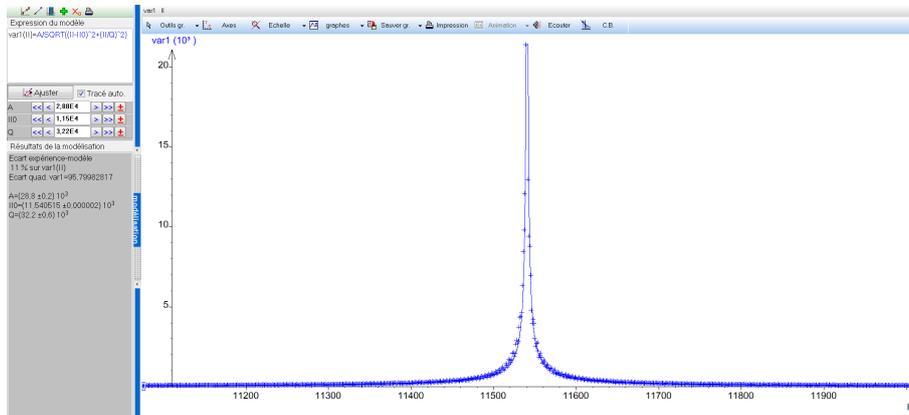


FIGURE 10 – Transformée de Fourier du signal et modélisation par une lorentzienne du mode principal : les échelles sont dilatées à cause du calcul informatique, mais cela ne change pas la valeur du facteur de qualité

On trouve alors : $Q = 32200 \pm 600$ avec une précision bien plus importante que les mesures précédentes (2%)

Fort de ce résultat superbe, nous avons voulu pousser la chance de notre côté, et comme nous avons obtenu grâce à C++ une transformée de Fourier extrêmement précise (beaucoup de points...) nous avons modélisé aussi par une Lorentzienne le mode d'ordre 2700 Hz qui apparaissait particulièrement nettement. Pas de raison que les expressions soient différentes, c'est juste ω_0 qui change.

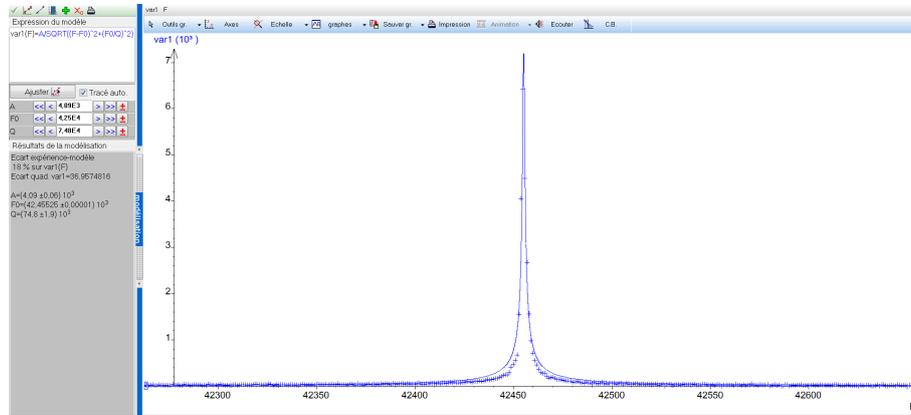


FIGURE 11 – Transformée de Fourier du signal et modélisation par une lorentzienne du mode à 2700 Hz : les échelles sont dilatées à cause du calcul informatique, mais cela ne change pas la valeur du facteur de qualité

On trouve pour ce mode : $Q = 74800 \pm 1900$. Soit un facteur de qualité plus important que le mode à 400 Hz. Les harmoniques restent donc plus longtemps !

II Etude du régime forcé du diapason

II.1 Dispositif expérimental

On garde le même montage : on ajoute un micro aimant sur une face latérale du diapason, le plus à l'extrémité possible (pour que l'excitation soit d'autant plus efficace), et on excite le tout avec un électroaimant contrôlé par un GBF. On étudie alors la réponse aux oscillations forcées sur la pulsation principale et sur les différentes harmoniques, prenant en considération que les pulsations de références seront légèrement abaissées par la présence d'une masse qui augmente l'inertie.



FIGURE 12 – Montage 2 : Mise en place de l'électroaimant pour une excitation forcée

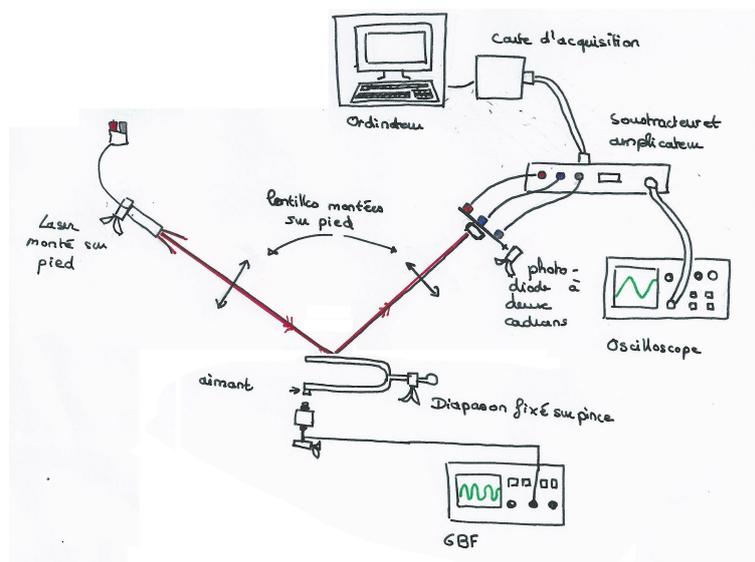


FIGURE 13 – Montage 2 : Schéma du montage

II.2 Réponse à 400Hz et 2700Hz

En faisant varier doucement, à amplitude fixe, la fréquence d'excitation, on peut obtenir des diagrammes de Bode très jolis, qui une fois modélisés, nous donnent directement accès au facteur de qualité pour ces résonances :

Voici par exemple le diagramme de Bode obtenu à 2700 Hz :

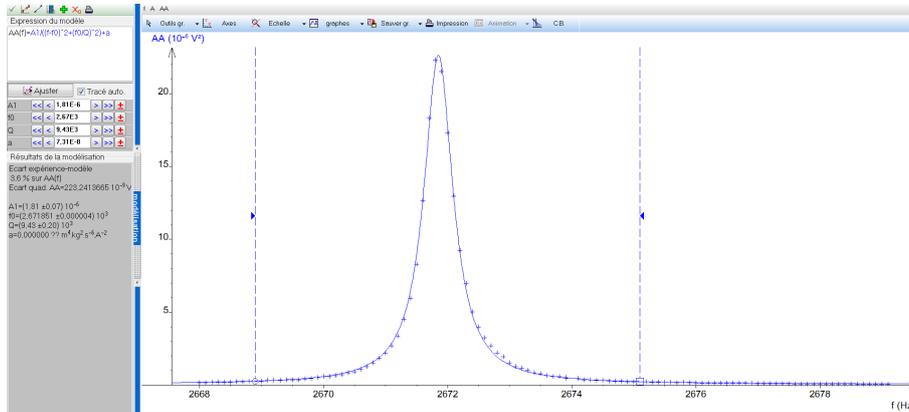


FIGURE 14 – Diagramme de Bode à la fréquence correspondant au mode de résonance de 2700Hz et Modélisation

On obtient ainsi, pour des excitations variables (au mode supérieur il est impossible de détecter quoi que ce soit de probant sous l'excitation maximale de 10 Vpp) :

Fréquence	Facteur de qualité	Amplitude de l'excitation
425	$\simeq 450 \pm 60$	10Vpp (mais des effets parasites apparaissent)
425	606 ± 6	1Vpp
425	602 ± 6	0,5 Vpp
425	613 ± 6	0,1 Vpp
2672	9430 ± 200	10 Vpp

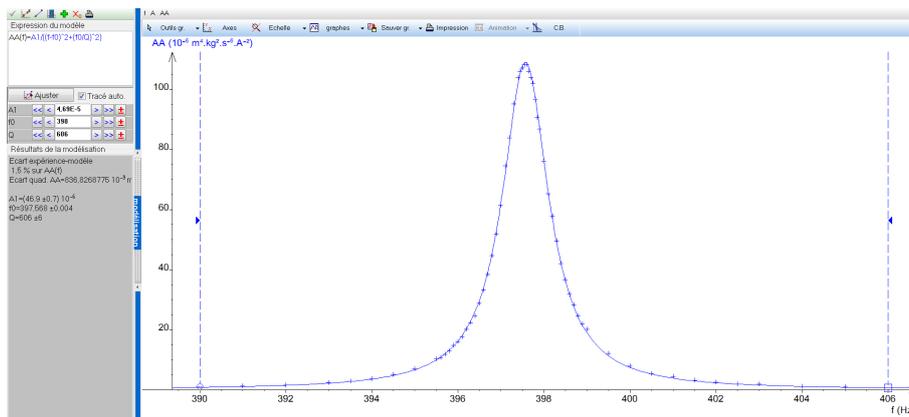


FIGURE 15 – Diagramme de Bode à la fréquence correspondant au mode de résonance de 440Hz et Modélisation

II.3 Interprétation des valeurs

On trouve pour les facteurs de qualité des fréquences en régime forcé des valeurs bien inférieures aux valeurs trouvées pour le régime libre.

Nous interprétons ça de la manière suivante :

- la présence d'une masse sur une des tiges entraîne une modification de la fréquence de résonance de la tige en question.
- les deux tiges résonent à des fréquences différentes, les lorentziennes sont donc légèrement décalées et "s'écrasent" mutuellement.
- le facteur de qualité est ainsi fortement diminué.

Sinon, avec les mains, la masse vient briser complètement la symétrie du système qui perd sa "pureté".

III Etude des différentes harmoniques

Les tiges du diapason oscillent de façon symétriques ou antisymétriques, selon un simple mouvement de va et vient, ou à des modes supérieurs selon des mouvements plus complexes avec des noeuds de vibrations. Nous avons pu observer la forme du mode fondamental à l'oeil nu à l'aide d'un stroboscope, en revanche les modes supérieures avaient des amplitudes tellement faibles que seule la foi nous permettait d'observer les oscillations.

III.1 Etude en puissance des harmoniques

L'amplitude de résonance des différentes harmoniques suit la loi suivante : $A_i = \alpha A_f^{i+1}$ que nous avons voulu vérifier.

Pour ce faire, on a utilisé le même montage que précédemment, et pour différentes valeurs de l'amplitude envoyée dans l'électro-aimant existant au mode principal, on étudie le comportement en amplitude des différentes harmoniques grâce à une simple transformée de Fourier :

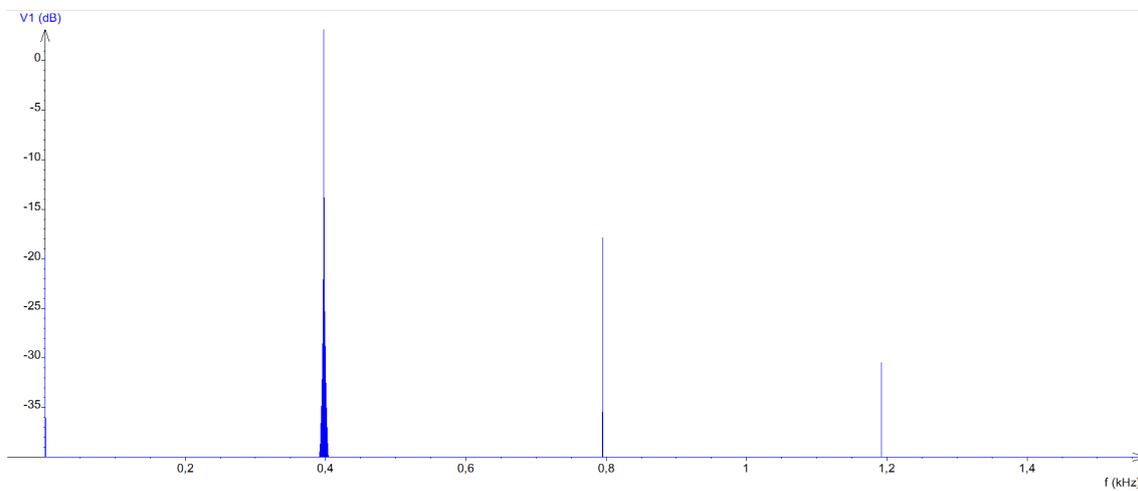


FIGURE 16 – Exemple de mesure du rapport des amplitudes pour différentes harmoniques lors d'une excitation à 440 Hz

Ensuite on rassemble toutes les valeurs et on représente : $\ln(\frac{A_i}{A_f})$ en fonction de $\ln(A_f)$ qui obéit à la loi théorique : $\ln(\frac{A_i}{A_f}) = \ln(\alpha) + i \ln(A_f)$

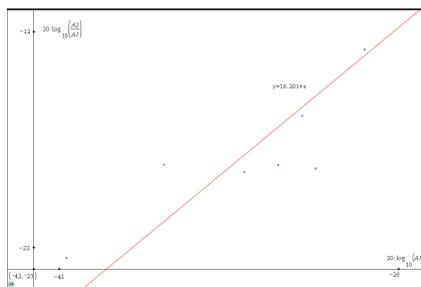


FIGURE 17 – Première harmonique $\simeq 880\text{Hz}$

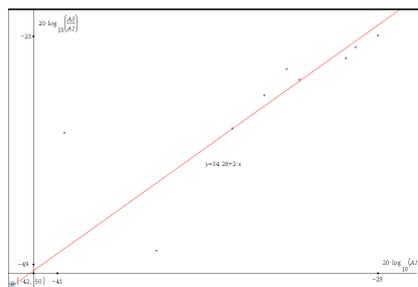


FIGURE 18 – Deuxième harmonique $\simeq 1320\text{ Hz}$

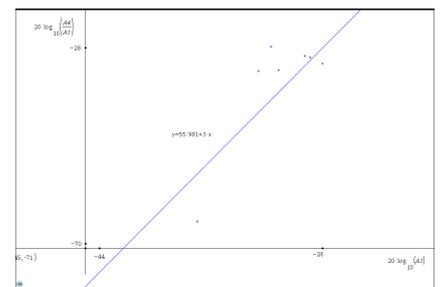


FIGURE 19 – Troisième harmonique $\simeq 2700\text{Hz}$

III.2 Forme des différentes harmoniques

III.2.1 Théorie : oscillation des tiges

On reprend l'équation (1.3) qui décrit la forme des tiges du diapason.

$$E.I. \frac{d^4 \phi}{dx^4} + \omega_0^2 \rho . a . b \phi = 0$$

On la résoud en posant une équation caractéristique, et on obtient sa forme exacte grâce aux conditions limites : $\begin{cases} \phi(0) = 0, \partial_x \phi(0) = 0 & \text{attache au début : impossibilité de se déformer} \\ \partial_{x^2} \phi(l) = 0, \partial_{x^3} \phi(l) = 0 & \text{à l'extrémité libre} \end{cases}$

On trouve alors :

$$\phi_i(x) = \cos(\alpha_i \frac{x}{l}) - \cosh(\alpha_i \frac{x}{l}) + \frac{\cos(\alpha_i) + \cosh(\alpha_i)}{\sin(\alpha_i) + \sinh(\alpha_i)} (\sinh(\alpha_i \frac{x}{l}) - \sin(\alpha_i \frac{x}{l}))$$

où α_i est vérifie l'équation caractéristique suivante : $1 + \cos(\alpha_i) \cosh(\alpha_i) = 0$ qui définissent les différents modes de vibration du diapason. On peut ainsi récupérer les fréquences de résonance f_i , telles que :

$$f_i = \alpha_i^2 \frac{b}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{E}{12\rho}}$$

Dans notre modèle, l et b ne sont pas connus avec précision, en revanche on a accès à l'aide d'un diagramme de Bode simple aux valeurs des fréquences de résonance de façon assez simple et précise. Les paramètres que nous pouvons ajuster sont donc l et b .

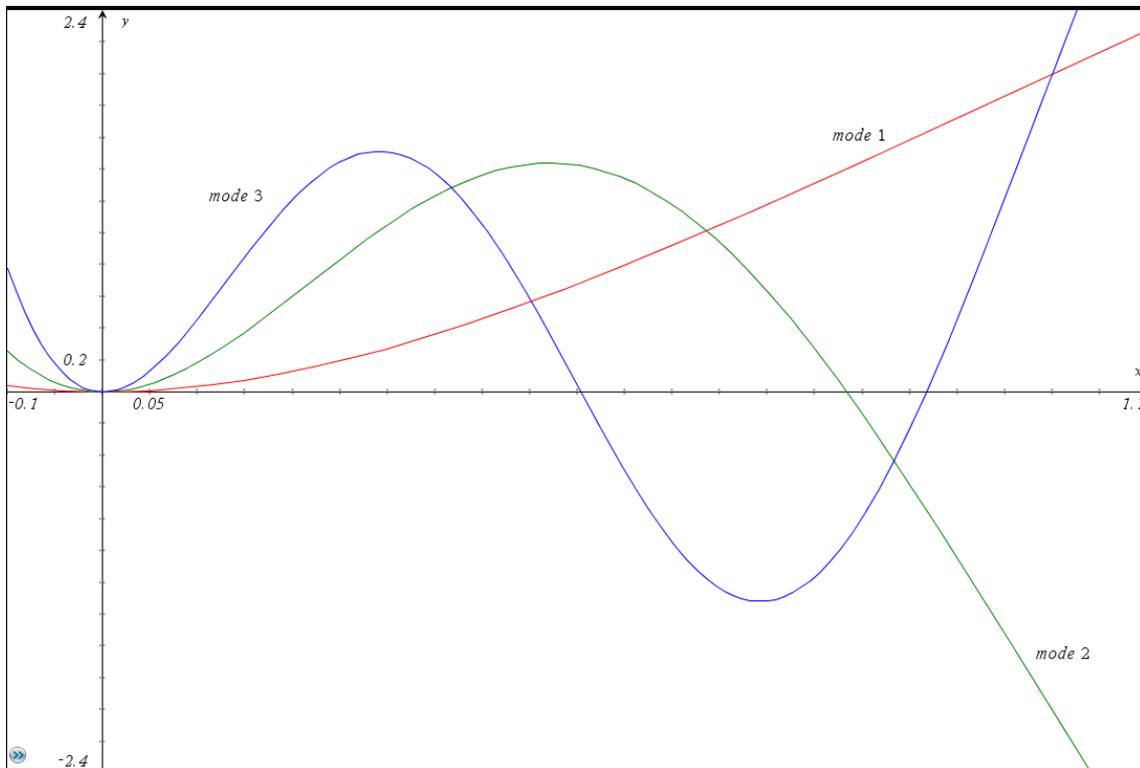


FIGURE 20 – Allure des trois premiers modes de vibration des tiges du diapason en abscisse réduite

III.2.2 Mise en réalisation pratique

Pour ce faire nous avons utilisé une plaque magnétisée sur des rails mobiles, et nous avons déplacé le système du diapason et de l'électroaimant latéralement de façon à pouvoir "scanner" l'amplitude d'oscillation d'un point en fonction de l'abscisse de ce point le long de la tige.

Ceci fut l'expérience à mettre en pratique de loin la plus difficile : le matériel ne permettant pas une grande finesse d'exploitation, et les oscillations des tiges n'étant pas beaucoup plus importantes que la taille du faisceau laser, nous avons passé des heures avant d'obtenir des résultats concluants. En effet :

- la surface du diapason n'était pas parfaitement lisse même après l'avoir polie.
- la plaque sur les rails ne bougeait pas parfaitement horizontalement.
- Le dispositif de maintien du diapason (pinces et tiges) gênait l'arrivée du faisceau laser.
- La plaque principale était limitée en taille et limitait le déplacement des différents éléments.

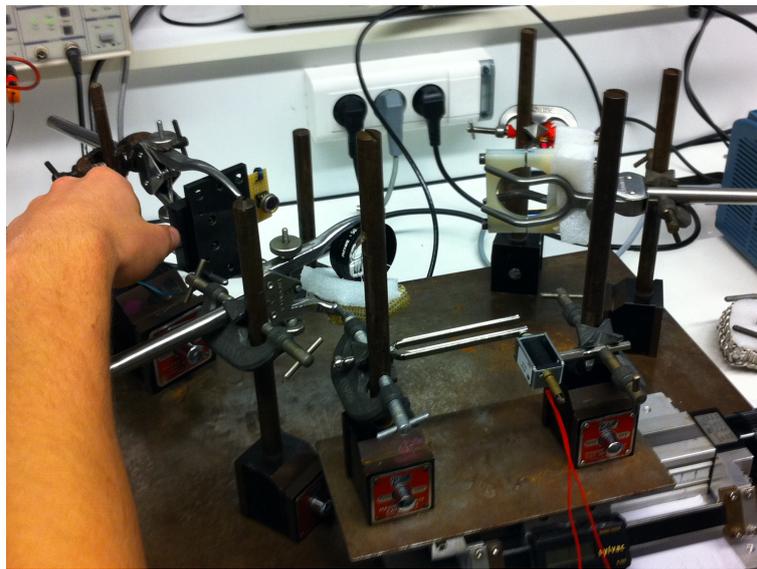


FIGURE 21 – Montage 3 : avec plaque mobile pour mesurer la forme des oscillations des tiges

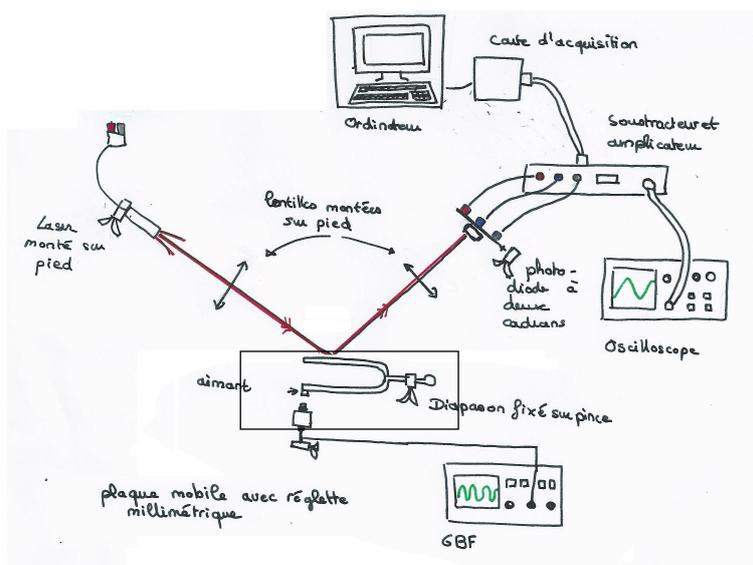


FIGURE 22 – Montage 3 : Schéma du montage

III.2.3 Résultats

Pour l'idée voici le tout premier graphe que nous avons obtenu :

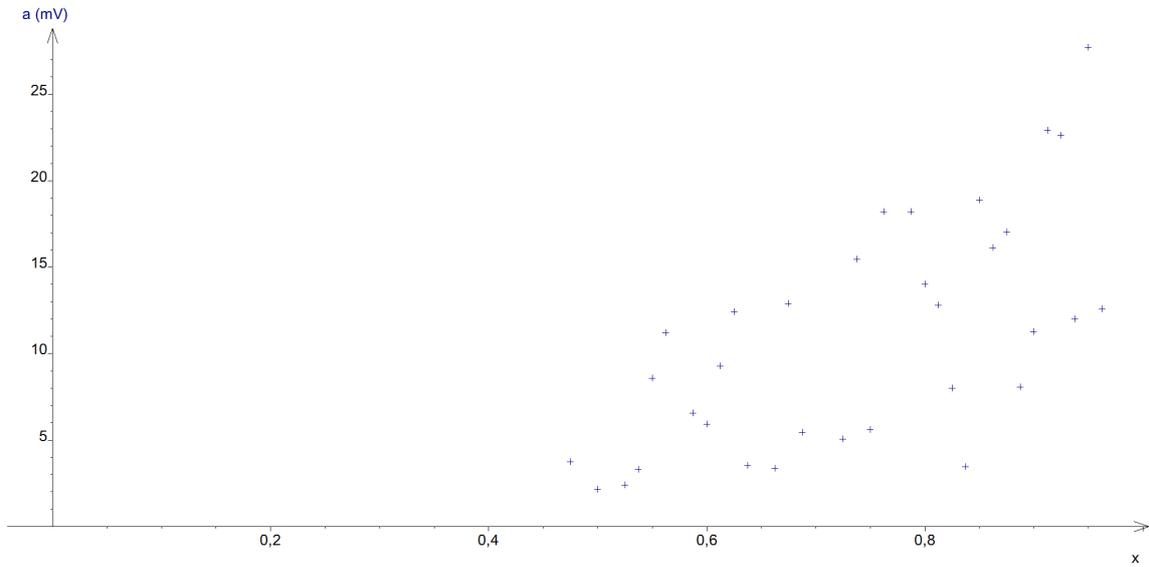


FIGURE 23 – Première tentative d'enregistrement du mode de vibration d'une tige à 440 Hz

On voit que les fluctuations sont bien trop importantes pour conclure quoi que ce soit.

A 440 Hz, on obtient des résultats relativement nets, car le mode est le mode fondamental donc le plus résonant.

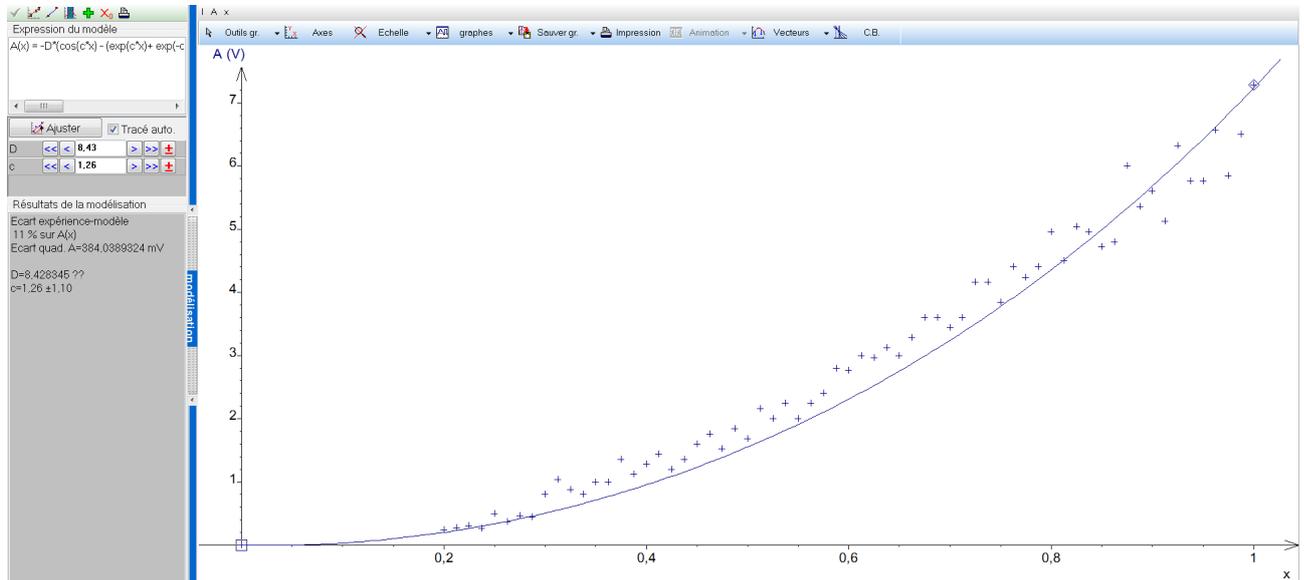


FIGURE 24 – Forme du mode à 440 Hz en abscisse réduite : résultats expérimentaux et superposition de la courbe théorique pour des valeurs cohérentes de l et de b

A 2700 Hz, comme le mode est supérieur, les oscillations des tiges sont bien moins importantes, et on obtient des résultats plus fluctuants. Mais avec force et courage on aboutit finalement à un résultat relativement probant : dans les allures : le noeud de vibration se situe au bon endroit, et les croissances et décroissances sont ensuite respectées.

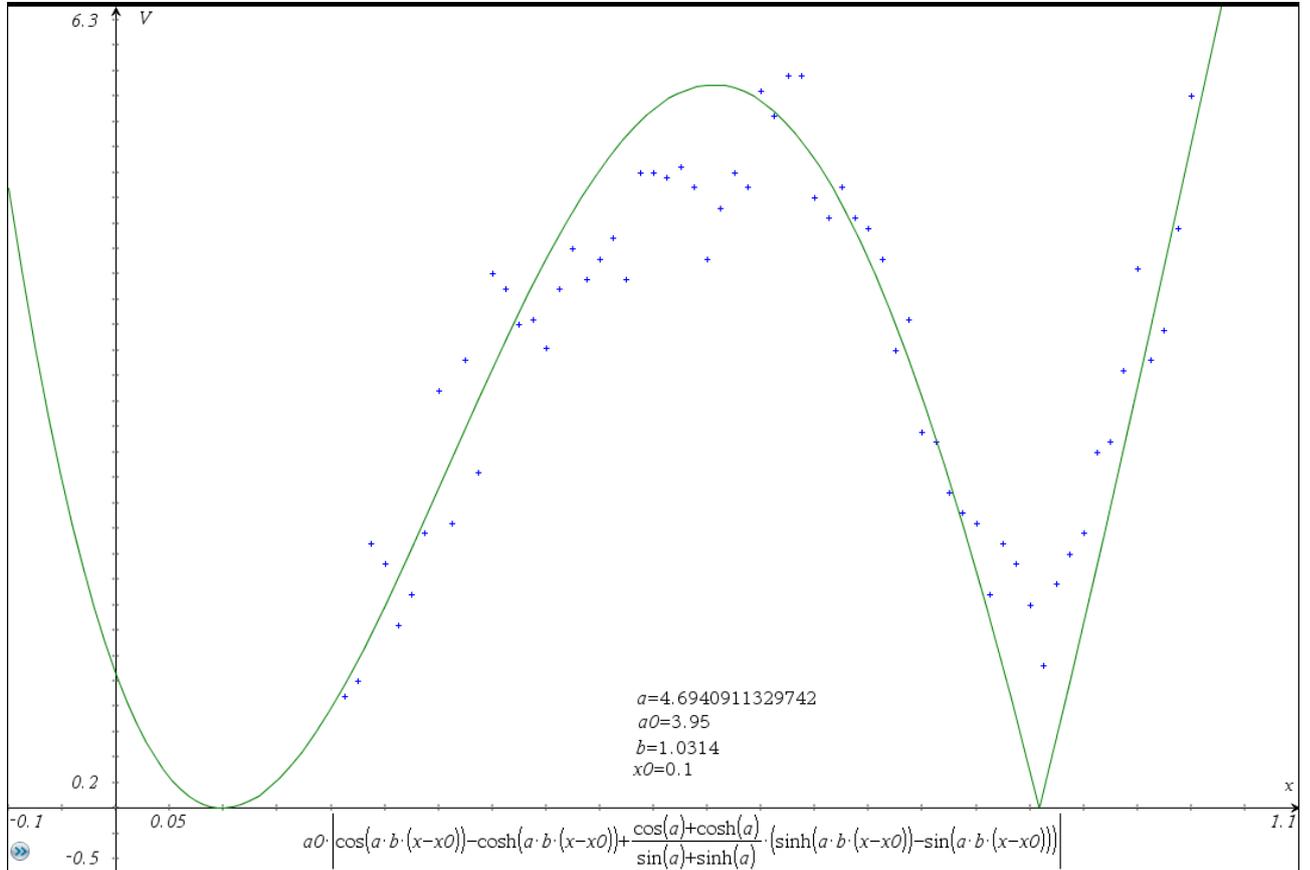


FIGURE 25 – Forme du mode à 2700 Hz en abscisse réduite : résultats expérimentaux et superposition de la courbe théorique pour des valeurs cohérentes de l et de b - ajustée à la main

III.3 Complément : oscillation de la tige du diapason

Une discussion sympathique a soulevé une question intéressante : les branches du diapason oscillent joliment, mais pendant ce temps, la tige (le pied) que fait-elle ? Deux avis divergeaient : ou bien la tige oscille deux fois plus vite (période deux fois plus courte) parce que son mouvement est plus simple, donc à une fréquence deux fois plus importante ; ou bien la tige respecte un mouvement au même rythme.

Nous avons voulu trancher par l'expérience, et pour ce faire avons monté un montage semblable aux précédents, qui pour le coup scannait le bout de la tige du diapason uniquement :



FIGURE 26 – Montage 4 : scann du pied du diapason

La encore des difficultés énormes pour maintenir le diapason en place sans trop le tenir tout en laissant passer le laser. Après quelques heures de montage, on obtient des résultats concluants : à l'oscilloscope, la tige oscille à une fréquence donnée et forme de belles sinusoïdes. On acquiert le tout et on effectue une transformée de Fourier.

Voici ce que nous avons obtenu :

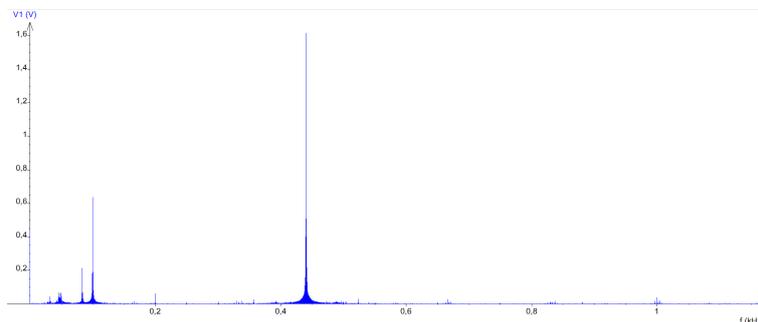


FIGURE 27 – Transformée de Fourier des oscillations libres du pied du diapason

Clairement, le seul pic pertinent est celui à 440 Hz. Le pied du diapason oscille donc à 440 Hz.

IV Etude du rayonnement acoustique du diapason

On ne peut pas faire outre de l'étude du rayonnement acoustique du diapason lorsqu'on l'étude.

IV.1 Quelques constations expérimentales

- Dès qu'on éloigne un peu le diapason de son oreille, on ne l'entend plus. Il faut être à moins de 5 m pour entendre le diapason résonner en régime sinusoïdal forcé.

- Quand on fait tourner le diapason autour de son axe et qu'on écoute à ses pointes, on entend 4 maxima d'intensité, dont 2 maxima principaux alternés avec deux maxima moins importants.

IV.2 Théorie

De façon assez intuitive, on est tentés de modéliser le diapason par un quadripôle linéaire ou alterné. L'étude de tels quadripôles est par exemple l'objet de l'article "*On the sound field radiated by a tuning fork*" de Daniel A. Russell, auquel nous ne souhaitons pas nous intéresser ici, car nous poursuivons une démarche essentiellement expérimental.

La résolution de l'étude du quadripôle linéaire par exemple en champ proche donne une expression de la pression suivante :

$$p(r, \theta) = \left| \frac{A}{r} \left[(1 - 3 \cos^2(\theta)) \left(\frac{i \cdot k}{r} - \frac{1}{r^2} + \frac{k^2}{3} \right) - \frac{k^2}{3} \right] \right|$$

Qui donne le schéma suivant.

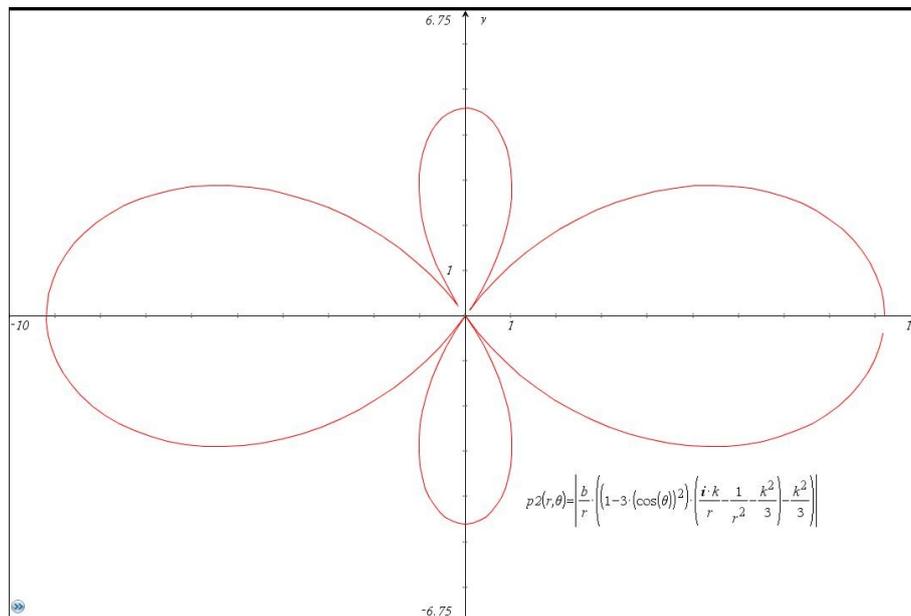


FIGURE 28 – Valeur de la pression en fonction de θ pour un r fixé tel que $r.k \ll 1$

IV.3 Expérience

On a donc voulu observer le rayonnement acoustique du diapason à plusieurs fréquences. Pour ce faire nous avons monté le diapason sur une plaque tournante avec son excitateur. Un micro monté sur une tige récupérait le son émis depuis un poste fixe "peu" éloigné du diapason (à environ 5 cm). Ce son était donc transformé en signal électrique par le micro, obligatoirement amplifié avant d'être visualisé par l'oscilloscope. On mesurait alors l'amplitude de la tension récupérée en faisant attention au facteur multiplicatif du gain.

Là encore pour monter l'expérience nous avons rencontré de nombreux problèmes d'encombrement que nous avons résolu toutefois avec plus d'aisance parce qu'on avait pour ainsi dire de l'entraînement.

Malheureusement, l'encombrement inévitable de l'électroaimant a rendu impossible l'étude à 360° du rayonnement. Nous avons toutefois pu dépasser 180° et par conséquent, considérant la presque symétrie du diapason (il ne faut pas oublier qu'il y a un aimant collé sur l'une des tiges qui change un peu la géométrie), on peut déduire la partie manquante du graphique.

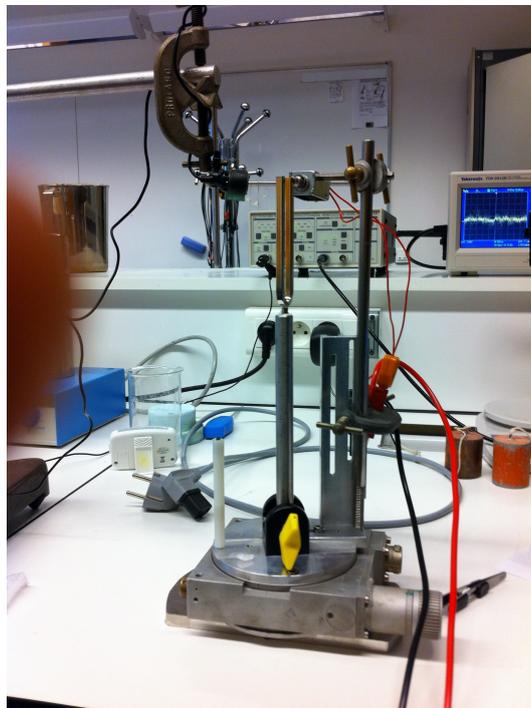


FIGURE 29 – Montage 5 : Examen du rayonnement acoustique du diapason

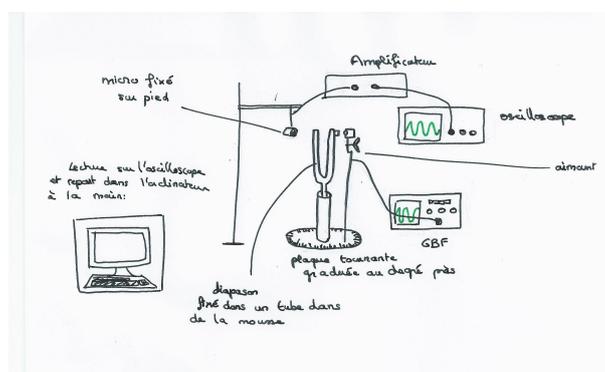


FIGURE 30 – Montage 5 : Schéma du montage

IV.4 Résultats

Voici les champs que nous avons obtenus à la main. Malgré nos efforts pour nous mettre dans une pièce relativement isolée, seuls, sans émettre le moindre bruit et sans respirer, des fluctuations importantes étaient observables, en particulier pour le mode à 2700 Hz pour lequel la résonance est bien moins importante.

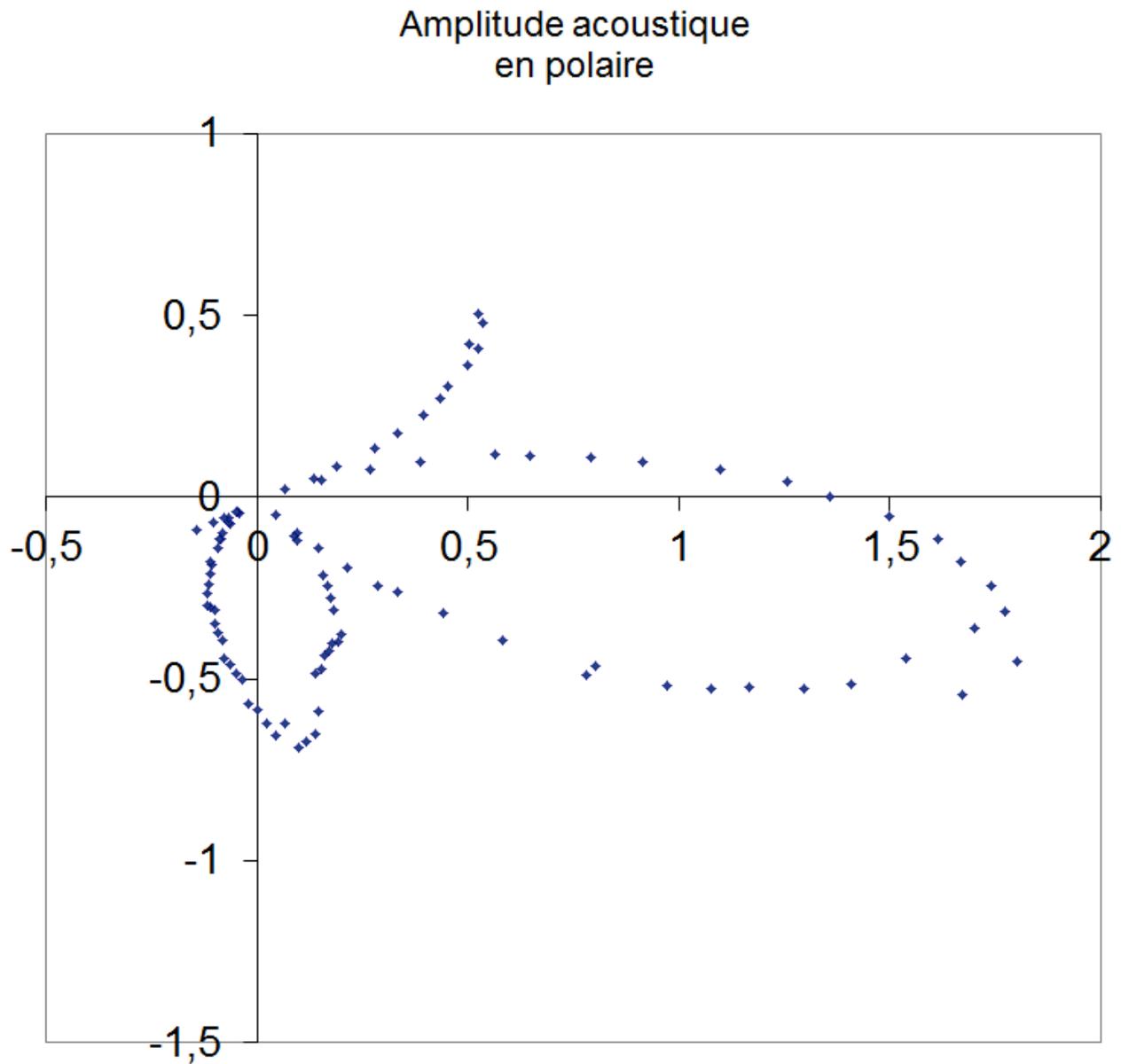


FIGURE 31 – Rayonnement acoustique du diapason à 440 Hz (échelle arbitraire)

A 400 Hz on observe bien les maxima principaux et secondaires ce qui confirme le modèle.

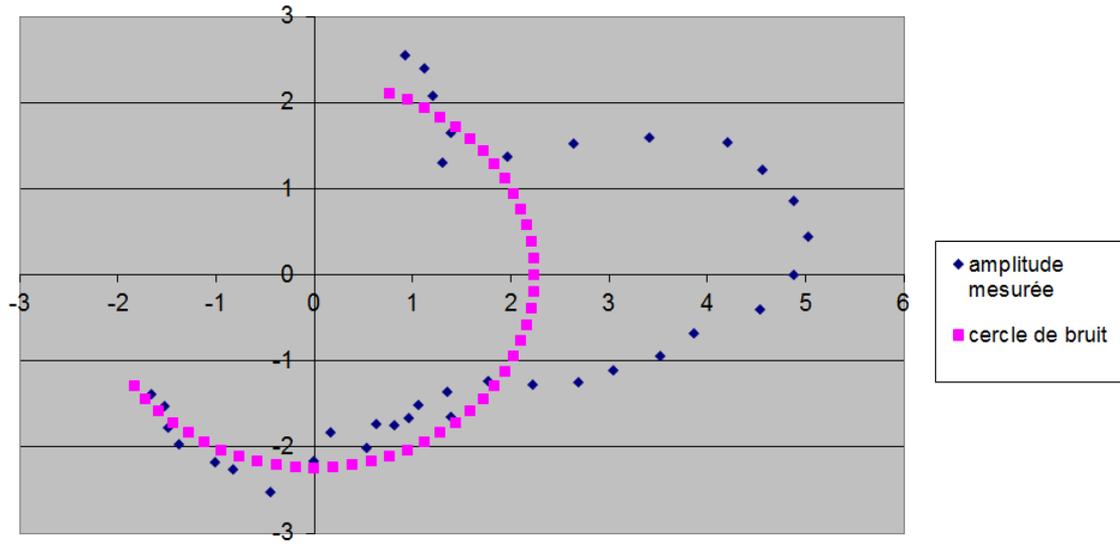


FIGURE 32 – Rayonnement acoustique du diapason à 2700 Hz (échelle arbitraire)

A 2700 Hz, malgré un cercle de bruit très conséquent, on observe tout de même les maxima principaux et secondaires encore.

V Bilan

Au terme de ce rapport, nous pouvons affirmer qu'un objet qui pouvait paraître à première vue simple (un diapason ce n'est qu'un oscillateur harmonique à 440Hz presque parfait !) regorge d'interrogations à tout point de vue. Ce projet expérimental a été un défi sur plusieurs plans : il a fallu faire preuve de beaucoup de patience et d'ingéniosité pour mettre en place des dispositifs expérimentaux avec peu de moyens mais de bonne précision et il a fallu faire des choix d'études afin de montrer des résultats les plus probants possibles quitte à passer énormément de temps sur un seul montage...

Notre étude est en effet loin d'être exhaustive. D'une part parce que les mesures pourraient être grandement améliorées, en ayant du matériel de meilleure qualité : par exemple en utilisant un diapason neuf et bien lisse, un système de réglage moins grossier, etc.

D'autre part parce qu'il reste beaucoup de pistes à explorer :

- Sur un tel oscillateur, on peut étudier l'influence de la forme des tiges (cylindriques ou rectangulaires), de la position où l'on place la masselotte, de l'ajout de petites masses à différents endroits (approfondissement de la théorie des poutres).

- Le diapason est constitué d'un métal dont on peut étudier les propriétés face à un échauffement thermique par exemple ou bien en présence d'un champ magnétique...

- La modélisation du diapason en tant que système acoustique est aussi très intéressante et peu approfondie dans nos recherches : de meilleures acquisitions pourraient conduire à des comparaisons entre les différents modèles et ce que donne l'expérience, par exemple.

- L'étude du mode de vibration des tiges en fonction de la fréquence d'excitation est intéressante aussi : les tiges vibrent-elles de façon symétrique, antisymétrique ? Et aux autres modes que ceux étudiés, quelle est la forme des tiges ?

- Notre diapason présentait une forte résonance sur un do juste au dessus du la 440. Pourquoi ?

- Etudier l'influence du système de fixation sur le diapason (qui nous a posé beaucoup de problèmes).

Voilà ! Que de mystères à élucider. Mais maintenant que nous avons résolu le principal : le diapason est un "instrument" qui donne effectivement le la avec une grande pureté ; nous pouvons aller retourner jouer de la musique en nous accordant bien, presque certains qu'en s'accordant tous avec des diapasons différents, nous serons presque accordés ensemble.

Références

- [1] Yaakov Kraftmakher - Department of Physics, Bar-Ilan University
- [2] Cedric jai and Rodolphe Boisgard - Université Bordeaux I
- [3] Thomas D. Rossing, Daniel A. Russell, and David E. Brown - Department of physics, Northern Illinois University
- [4] Daniel A. Russel - Science and Mathematics Department, Kettering University
- [5] Tarsicio Beléndez, Critian Neipp and Augusto Beléndez
- [6] articles : moment quadratique, diapason, théorie des poutres, module d'Young.
- [7] Modèle de Fast Fourier Transform du site *www.librow.com*