

# TD Info n°1

PCSI 1 Lycée Pasteur

6 septembre 2007

## Introduction

Les TD d'informatique de première période (jusqu'à Noël) sont destinés à vous familiariser avec le logiciel Maple. Ils seront complétés par des colles d'informatique qui, contrairement aux autres colles, ne sont pas des interrogations orales, mais des TP sur ordinateur en petit groupe (une douzaine d'élèves par groupe). Maple est un logiciel de calculatrice formel. En gros, il s'agit d'une calculatrice très évoluée, qui peut non seulement faire des calculs avec des nombres (réels, complexes), mais aussi avec des objets plus compliqués (listes, matrices et bien d'autres), tracer des courbes ou calculer des dérivées de fonctions, mais surtout, comme son nom l'indique, faire du calcul **formel**, c'est-à-dire donner des résultats sous une forme algébrique et non numérique. Maple est aussi doté d'un langage de programmation qui permet d'écrire des algorithmes de calcul, nous reviendrons là-dessus plus tard.

## 1 Fonctionnement général

Lorsqu'il est lancé, Maple affiche une fenêtre principale usuellement appelée feuille de calcul. Sur la première ligne se trouve le symbole `>` qui est une invite de commande, c'est-à-dire qu'elle invite l'utilisateur à taper une commande. Celle-ci ne sera interprétée et exécutée que lorsque l'utilisateur aura appuyé sur la touche Entrée (si on veut passer à la ligne sans déclencher l'évaluation, on tape simultanément Shift et Entrée). Une telle commande doit impérativement se terminer par un `;` (cas le plus fréquent, Maple affiche alors le résultat) ou par un `:` (Maple n'affiche rien). Dans le cas contraire, un message d'erreur sera renvoyé. Par exemple, la ligne `> 1 + 1;` renvoie la valeur 2, et la ligne `> 1 + 1 :` ne renvoie rien (et n'a donc aucun intérêt, mais par exemple `> x := 1 + 1 :` ne renvoie rien mais effectue une action, en l'occurrence l'affectation de la valeur 2 à la variable  $x$ ). Le résultat de la dernière commande est réutilisable via le symbole `"`, et les deux précédents via `""` et `""`. Les commandes peuvent être très variées, et composées de plusieurs instructions, éventuellement organisées en programmes. Commençons par le plus simple.

## 2 Calculs en Maple

Les calculs élémentaires utilisent les opérations usuelles ( $+$ ,  $-$ ,  $*$ ,  $/$ ), les puissances ( $\wedge$ ), factorielles ( $!$ ), racines carrées (*sqrt*) et bien d'autres encore. L'affichage des résultats peut par contre surprendre au premier abord puisque Maple affiche dès qu'il le peut des résultats exacts. Ainsi, l'instruction `> 2/3 + 4/5;` renvoie  $22/15$  et l'instruction `> 47!;` renvoie la valeur complète de l'entier  $47!$  (une soixantaine de chiffres). Si l'on veut une valeur numérique approchée du résultat, il faut ajouter l'instruction *evalf* (évaluation flottante), par exemple `> evalf(2/3 + 4/5);` renverra la valeur 1.4666666667. Par défaut, Maple donne 10 décimales, mais la précision est paramétrable via la variable *Digits* (l'instruction `> Digits := 25;` fait passer le nombre de décimales à 25). On peut également utiliser l'instruction *evalf*( $x, n$ ) pour évaluer le nombre  $x$  avec  $n$  décimales. Certaines constantes sont prédéfinies en Maple, parmi lesquelles  $\pi$  (*Pi*, avec une majuscule à ne pas oublier), et un certain nombre de fonctions existent également, nous allons maintenant dresser une liste de celles qui sont le plus utilisées.

## 3 Fonctions utiles

Pour connaître la signification et l'utilisation d'une instruction Maple, tapez *?nomdecommande* dans l'invite de commande. Si vous tapez juste `?`, vous aurez accès à l'aide de Maple.

### 3.1 Sur les entiers

Les fonctions suivantes doivent (ou du moins peuvent) prendre un ou plusieurs arguments entier : *abs* (valeur absolue), *sign* (signe), *factorial* (même résultat que le !), *irem* (reste de la division euclidienne, deux arguments), *iquo* (quotient de cette même division euclidienne), *isqrt* (racine carrée entière), *isprime* (test de primalité, renvoie *true* si l'argument est premier, *false* sinon), *ifactor* (décomposition en facteurs premiers), *igcd* et *ilcm* (renvoient respectivement le PGCD et le PPCM, deux arguments), et encore bien d'autres.

### 3.2 Sur les rationnels

Rien de particulier, sachez seulement que Maple fait tout seul les simplifications de fraction, et affiche donc les résultats sous forme irréductible.

### 3.3 Sur les réels

Maple continue de ne pas afficher de valeurs approchées pour les nombres alébriques (puissances de rationnels) et refusera même de développer les résultats si on ne l'y force pas, ce qu'on peut faire via l'instruction *expand*.

Il existe trop de fonctions prédéfinies sur les réels pour les lister, mais par exemple *sin*, *exp*, *ln* existent, mais Maple ne vous renverra pas de valeur approchée si « ça ne tombe pas juste », il laissera par exemple sous la forme *sin(3)*. Toutefois, si l'argument est donné sous forme flottante, le résultat le sera aussi (donc *sin(3.0)* donne une valeur approchée).

### 3.4 Sur les complexes

Les fonctions évidentes *Re*, *Im* (avec des majuscules), *conjugate*, *abs* (pour le module), *argument* sont prédéfinies. Par ailleurs, le nombre *I* est également prédéfini (encore une fois, avec une majuscule).

## 4 Manipulations d'objets plus complexes

Nous n'allons pas trop entrer dans le détail pour l'instant, mais Maple sait notamment faire du calcul sur des polynômes et plus généralement sur des fonctions. Quelques instructions utiles : *sort* permet d'afficher un polynôme par puissances décroissantes (la notation habituelle, donc), *factor* permet de factoriser une expression, *expand* de la développer, *diff* permet de dériver une fonction, mais il faut préciser la variable et éventuellement le nombre de dérivations (par exemple [ $> \text{diff}(x^4, x\$2)$ ]; renverra  $12x^2$  (dérivation seconde par rapport à la variable  $x$ ). On peut même faire de la dérivation symbolique avec l'instruction *D* (par exemple [ $> D(\cos)$ ]; renvoie  $-\sin$ . Notons au passage que le symbole pour désigner la composition de fonctions en Maple est le @. Pour les intégrales, la commande est *int*, qui si vous ne lui donnez comme arguments qu'une fonction et une variable va en fait calculer une primitive de la fonction. Pour calculer véritablement une intégrale, il faut préciser les bornes de la façon suivante : [ $> \text{int}(f(x), x = \text{min}..\text{max})$ ];, par exemple [ $> \text{int}(x^2, x = 0..3)$ ]; renverra 9. Les bornes en question peuvent être infinies (*infinity*).

Maple peut également résoudre des équations par les commandes *solve* (résolution exacte, par exemple [ $> \text{solve}(x^2 - 4x + 7, x)$ ]; vous renverra des belles solutions avec radicaux), *fsolve* pour une solution numérique approchée, *dsolve* pour des équations différentielles [ $> \text{dsolve}(\text{diff}(y(x), x) = y(x), y(x))$ ]; vous répondra  $C \exp(x)$ ,  $C$  désignant une constante réelle) et *rsolve* pour calculer des suites récurrentes.

## 5 Module graphique

Maple permet également de tracer des graphiques divers et variés. Dans un premier temps, contentons-nous de signaler qu'il peut tracer des courbes représentatives de fonctions via l'instruction *plot* et même des courbes en trois dimensions grâce à *plot3d*, par exemple [ $> \text{plot}(\cos(x) * \exp(3x^2), x = -3..12)$ ]; ou [ $> \text{plot3d}(\sin(x) * \exp(y), x = 0..2, y = 0..3)$ ];