

Exercices supplémentaires de dénombrement : corrigé

ECE1 Lycée Kastler

31 janvier 2008

Exercice 1

1. Il y a $\frac{8!}{5!} = 336$ podiums possibles.
2. Il n'y a le choix que sur l'ordre des trois coureurs, soit $3! = 6$ podiums 100% américains.
3. On passe au complémentaire : $336 - \frac{5!}{2!} = 336 - 60 = 276$ podiums avec au moins un américain.
4. Il y a $3 \times 5 \times 4 \times 3 = 180$ podiums avec exactement un américain.

Exercice 2

Si on tire simultanément :

1. Trois consonnes : $\binom{20}{3} = 1\ 140$ tirages.
2. Deux voyelles : $\binom{6}{2} \times \binom{20}{1} = 300$ tirages.
3. Au moins une voyelle : $\binom{26}{3} - \binom{20}{3} = 1\ 460$

Avec un tirage successif :

1. Deux voyelles : $6^2 \times 20 \times \binom{3}{1} = 2\ 160$ tirages.
2. Deux lettres identiques au moins : $26 + 26 \times 25 \times \binom{3}{2} = 1\ 976$.

Exercice 3

1. Il y a $3 \times 10^4 = 30\ 000$ codes possibles.
2. Il y a $3 \times 5^4 = 1875$ codes ne contenant que des chiffres pairs.
3. Il y a $3 \times \frac{10!}{6!} = 15\ 120$ tirages avec quatre chiffres différents.
4. Il y a $3 \times \binom{10}{4} = 630$ tirages avec des chiffres strictement croissants (il suffit de choisir les quatre chiffres, et l'ordre est imposé).
5. Par complémentaire, $3 \times 10^4 - 3 \times 9^4 = 10\ 317$ codes avec au moins un 7.
6. Il y a $3 \times 5^2 \times 5^2 \times \binom{4}{2} = 11\ 250$ codes avec deux chiffres pairs.

Exercice 4

Notons k le nombre de sauts de deux marches effectués par la puce. Elle saute $2k$ marches à l'aide de ces sauts, donc effectue $13 - 2k$ sauts d'une marche, soit au total $13 - k$ sauts. Ne reste plus qu'à choisir la position des sauts de 2 marches, et comme k peut varier entre 0 et 6, il y a au total

$$\sum_{k=0}^6 \binom{13-k}{k} = 377 \text{ possibilités.}$$