

# Statistiques, Trigonométrie

Mercredi 25 Juin 2008

## À savoir et à savoir faire

Pour cette fois-ci, pas de rappel de quoi que ce soit, vous avez déjà eu un excellent cours !

## Exercices

### Exercice 1

Dans une bibliothèque municipale, on relève un jour le temps passé par chacun des lecteurs dans la salle, on obtient les résultats suivants :

Temps en h	[0; 1[	[1; 1.5[	[1.5; 2[	[2; 3[	[3; 5[
Effectif	6	12	8	5	4

Dresser le tableau des fréquences cumulées croissantes et décroissantes pour cette statistique, puis les représenter dans un même repère.

Représenter la série par un histogramme.

### Exercice 2

Une étude portant sur le poids des bébés à la naissance donne les résultats suivants :

Poids en kg	[0, 5; 1, 5[	[1, 5; 2[	[2; 2, 5[	[2, 5; 3[	[3; 3, 5[	[3, 5; 4[	[4; 5]
Effectif	105	168	643	2700	5536	3453	935

1. Donner l'étendue, le mode et l'effectif total de cette série statistique.
2. Calculer les effectifs cumulés croissants de la série.
3. Tracer une courbe représentant ces effectifs cumulés croissants (faites attention à prendre une bonne échelle).
4. En déduire graphiquement une valeur approchée de la médiane de la série.

### Exercice 3

Dans une classe du lycée, il y a 20 garçons et 15 filles. À un contrôle, la moyenne des garçons est de 10.2 et celle des filles de 11.8.

1. Quelle est la moyenne de la classe ?
2. Si on augmente la note de tous les garçons d'un point, quelle est la nouvelle moyenne ?
3. Le contrôle était commun avec une autre classe de 30 élèves. La moyenne globale étant de 10.7, quelle était la moyenne de l'autre classe ?

### Exercice 4

Un plombier effectue une étude sur le montant de ses 250 dernières factures. Il obtient les résultats suivants :

Montant	[10; 20[	[20; 40[	[40; 70[	[70; 120[	[120; 300[	Total
Nombre de factures	12	68	78	60	32	250

1. Calculer le montant moyen d'une facture.
2. Représenter cette série par un histogramme (échelle suggérée : 1 carreau pour 2 factures).
3. Estimer le nombre de factures inférieures à 30 euros.

### Exercice 5

Un sondage effectué sur 300 personnes donne les résultats suivants :

Poids (en kg)	[60; 64[	[64; 68[	[68; 72[	[72; 76[	[76; 80[	[80; 84[	[84; 88[
Fréquence	7%	12%	36%	15%	16%	10%	4%
Effectifs							
Effectifs cumulés croissants							

1. Remplir les deux dernières lignes du tableau.
2. Quel est le pourcentage de personnes dont le poids est inférieur à 76 kilos ?
3. Calculer le poids moyen des personnes sondées (dans ce cas, on attribue comme poids aux personnes d'une classe le centre de cette classe).
4. Représenter la série sous forme d'un histogramme.

### Exercice 6

On s'intéresse au problème suivant : un couple désire avoir des enfants jusqu'à avoir une fille et un garçon. Combien lui faudra-t-il d'enfants en moyenne avant que ce soit le cas ? On suppose que pour chaque enfant, on a une chance sur deux qu'il s'agisse d'un garçon.

Proposer une façon de simuler cette expérience à l'aide de votre calculatrice. Effectuer des tirages jusqu'à obtenir des valeurs pour 50 « familles » et les regrouper dans un tableau, puis calculer la moyenne de la série obtenue.

### Exercice 7

On s'intéresse cette fois-ci au problème suivant : quand on lance 3 dés simultanément, a-t-on plus de chances d'obtenir au moins un 6 ou de ne pas en obtenir ? Faire une simulation suivant le protocole de votre choix et conclure. Même question quand on lance 4 dés simultanément. Essayer de justifier les réponses obtenus par un calcul de probabilité théorique (calculer la probabilité de ne pas avoir de 6, c'est plus facile).

### Exercice 8

Démontrer les relations trigonométriques suivantes :

1.  $(\cos x - \sin x)^2 = 1 - 2 \cos x \sin x$
2.  $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2 = 2$
3.  $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos^2 x - \sin^2 x$
4.  $(1 + \cos x + \sin x)^2 = 2(1 + \cos x)(1 + \sin x)$

### Exercice 9

On cherche dans cet exercice à étudier la fonction  $f(x) = \cos x + \sin(2x)$ .

1. Montrer que  $f$  est  $2\pi$ -périodique. On se restreindra à étudier  $f$  sur  $[-\pi; \pi]$ .
2. Montrer que, pour tout réel  $x$ ,  $-2 \leq f(x) \leq 2$ . Que peut-on en déduire sur la courbe représentative de  $f$  ?
3. Calculer les images de tous les multiples de  $\frac{\pi}{4}$  et de  $\frac{\pi}{6}$  contenus dans l'intervalle  $[-\pi; \pi]$ .
4. Représenter graphiquement la fonction  $f$  sur  $[-\pi; \pi]$ , puis compléter le graphique.
5. En déduire le tableau de variations de la fonction  $f$  (sur  $[-\pi; \pi]$ ).
6. La fonction admet-elle des extremums ?

### Exercice 10

On considère un carré  $ABCD$  de côté 1 à l'intérieur duquel on trace le triangle équilatéral  $DEC$ . On note  $H$  et  $G$  les pieds des hauteurs issues de  $E$  dans les triangles  $AEB$  et  $DEC$ .

1. Faire une figure.
2. Déterminer une mesure de l'angle  $\widehat{EDA}$ .
3. Quelle est la nature du triangle  $AED$  ?
4. En déduire les mesures de  $\widehat{DEA}$  et  $\widehat{AED}$ .
5. Quelle est la nature de  $AEB$  ? En déduire  $\widehat{EAB}$ .
6. Déterminer la longueur  $EG$  et en déduire  $EH$ .
7. En déduire la valeur de  $\tan \frac{\pi}{12}$ .
8. Calculer  $AE^2$  puis montrer que  $AE = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$ .
9. En déduire enfin les valeurs exactes de  $\cos \frac{\pi}{12}$  et  $\sin \frac{\pi}{12}$ .