

# Calcul 2, le retour

Mardi 17 Juin 2008

## À savoir et à savoir faire

- Résoudre des systèmes par la méthode de votre choix.

**Rappel :** Il existe deux méthodes pour résoudre un système. La méthode par substitution consiste à exprimer la première inconnue en fonction de la deuxième équation, puis de remplacer la première inconnue par cette expression dans la deuxième équation. On obtient ainsi une deuxième équation qui ne comporte plus qu'une seule inconnue. Par exemple, pour le système :

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$$

On a dans la première équation  $y = 3 - 2x$ , puis en remplaçant dans la deuxième  $x - 2(3 - 2x) = -1$ , dont on déduit  $x = 1$  puis  $y = 1$ .

La deuxième méthode est la méthode par combinaison : on effectue une combinaison des deux équations (à base de somme des équations et de produits des équations par des réels) pour faire disparaître l'une des deux inconnues). Toujours avec le même système, en soustrayant à la première équation le double de la seconde, on obtient  $5y = 5$ , et on retrouve la même solution.

- Calculer des pourcentages, des augmentations ou diminution données en pourcentage, ou au contraire un pourcentage d'augmentation à partir des valeurs avant et après augmentation.
- Calculer des valeurs à l'aide de relations de proportionnalité.

## Exercices

### Systèmes en vrac

Résoudre les systèmes suivants :

1.  $\begin{cases} 2x + 3y = 21 \\ 5x - 4y = 41 \end{cases}$

2.  $\begin{cases} 12x + 16y = 20 \\ 9x + 12y = 10 \end{cases}$

3.  $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ -6x + 2y = -10 \end{cases}$

4.  $\begin{cases} x + \sqrt{3}y = 4 \\ x\sqrt{3} + 2y = 3\sqrt{3} \end{cases}$

5.  $\begin{cases} 3x^2 - y^2 = 3 \\ x^2 + 4y^2 = 40 \end{cases}$

6.  $\begin{cases} \frac{2}{x-2} + \sqrt{y+1} = 6 \\ \frac{-1}{x-2} + 3\sqrt{y+1} = 11 \end{cases}$

## Petits problèmes faisant intervenir des systèmes

1. Une caravane est constituée de chameaux et de dromadaires. Il y a en tout 40 bosses et 100 pattes. Combien y a-t-il d'animaux de chaque espèce ?
2. Lors d'un concert, le tarif est de 15 euros pour les enfants et 35 euros pour les adultes. Un groupe de 60 personnes paye au total 1640 euros. Combien y a-t-il d'adultes et d'enfants dans ce groupe ?
3. Le périmètre d'un rectangle est de 30 cm. Quand on augmente un de ses côtés de 5 cm et qu'on diminue l'autre de 5, son aire augmente de 20 cm<sup>2</sup>. Quelles sont ses dimensions ?
4. Un triangle rectangle a une hypoténuse de 13 cm et une aire de 30 cm<sup>2</sup>. Déterminer les longueurs de ses deux autres côtés (essayez de déterminer d'abord les valeurs de  $a + b$  et  $a - b$ , en passant par leurs carrés).

## Une histoire de températures

Une même température peut être exprimée en degré Fahrenheit ou Celsius. Si on note  $y$  la valeur en Fahrenheit et  $x$  celle en Celsius, on a une relation affine entre les deux, donc de la forme  $y = ax + b$ .

1. Sachant que 0 degrés Celsius correspondent à 32 degrés Fahrenheit, et 100 degrés Celsius à 212 Fahrenheit, déterminer  $a$  et  $b$ .
2. On veut régler un climatiseur gradué uniquement en Fahrenheit à une température correspondant à 20°, comment s'y prendre ?
3. Donner la relation permettant de passer des degrés Fahrenheit aux degrés Celsius.
4. Un anglais a 104 de fièvre (en Fahrenheit...). Est-il malade ?

## Quelques petits calculs de pourcentages

1. Leonard a acheté une voiture neuve 15 000 euros, mais sa valeur baisse de 10% chaque année. Combien pourra-t-il la revendre au bout d'un an ? De deux ans ?
2. Un magasin de vêtements effectue des remises de 30% en période de soldes. Combien vaut maintenant le pull qui était affiché à 50 euros avant la remise ? Combien valait le T-shirt qui est désormais à 14 euros avant remise ?
3. Vrai ou Faux : si on effectue deux remises successives de 15% et de 10% sur un même prix, peu importe l'ordre, le prix final sera le même ? Si on augmente le prix d'un objet de 20% puis qu'on le diminue de 20%, on revient au prix initial ?
4. Un article valant 250 euros est augmenté de 25% puis diminué de 20%. Quel est prix final ? Quel est le pourcentage d'évolution global ?

## Un peu de proportionnalité

Une entreprise décide de verser à ses 8 employés une prime proportionnelle à leur salaire. Compléter le tableau suivant :

Salaire	800	1500			2400	1300		1600
Prime			120	312	160		100	

## Un tableau à remplir

Lors d'un sondage, on a interrogé 700 garçons et 1 100 filles entre 18 et 25 ans pour leur demander où ils passaient leur réveillon. Pour les garçons, 4% le passent chez leurs parents, 20% au restaurant, et le reste chez des amis. Pour les filles, 18% étaient chez leurs parents, 30% au restaurant, et le reste chez des amis aussi.

Remplir le tableau suivant :

	Garçons	Filles	Total
Parents			
Restaurant			
Amis			
Total	700	1 100	

1. Quel est le pourcentage de filles ayant passé le réveillon chez des amis ?
2. Quel est le pourcentage de jeunes ayant passé le réveillon chez leurs parents ?
3. 20% de garçons et 30% de filles ont passé le réveillon au restaurant. Peut-on affirmer que c'est globalement le cas pour 25% des jeunes ?

## Une introduction aux suites

On étudie l'évolution du prix d'un ticket de métro dans la grande ville de Krobaglop. En janvier 2 000, le ticket coûtait 10 zourks (unité monétaire locale). Au cours de l'année 2 000, le prix du ticket subit une augmentation de 8% en mai, puis une diminution de 6% en juillet et une nouvelle augmentation de 4% en octobre.

1. Quel est le pourcentage d'évolution globale du prix du ticket sur l'année 2 000 (arrondi au dixième de pourcent) ?
2. En déduire le prix du ticket au 1er janvier 2 001.
3. En admettant que la hausse globale annuelle du prix du ticket restera la même, combien vaudra-t-il début 2 002 ? Début 2 003 (arrondi au centime près si besoin est) ?
4. Déterminer une formule donnant le prix du ticket en fonction du nombre  $n$  d'années passées depuis le 1er janvier 2 000. En déduire le prix du ticket en 2 010, 2 020, et 2 050.

La ville voisine de Schmurtz vendait aussi ses tickets à 10 zourks au 1er janvier 2 000, mais a préféré tabler sur une augmentation régulière du prix du ticket de 75 centimes de zourks par an (l'inflation a toujours été élevée à Schmurtz).

1. Déterminer le prix du ticket en 2 001 et en 2 002.
2. Déterminer une formule donnant le prix du billet en fonction du nombre d'années écoulées depuis 2 000, et en déduire les prix en 2 010, 2 020 et 2 050.
3. En quelle année le prix des tickets à Krobaglop dépasse-t-il celui des tickets de Schmurtz ?