Programme de colle n° 7

MPSI Lycée Camille Jullian

semaine du 16/11 au 20/11 2026

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtiments corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

Chapitre 6 : Calcul intégral et équations différentielles.

- Primitives de fonctions continues sur un segment :
  - existence, unicité de la primitive s'annulant en a et expression sous la forme $\displaystyle\int_a^x f(t)\ dt$, notation $[F(t)]_a^b$ pour l'accroissement de F sur le segment $[a,b]$, application au calcul d'intégrales (rien n'a été démontré dans cette partie de cours, on a par contre introduit la notation $\displaystyle\int^x f(t)\ dt$ pour désigner une primitive quelconque d'une fonction f)
  - primitives usuelles (on doit bien sûr être capable de reconnaître du premier coup les formes classiques du type $\dfrac{u'}{u}$ ou $u'e^u$, mais aussi des composées plus compliquées comme $u'u$, voire des choses du genre $\dfrac{u'}{1+u^2}$)
  - **formule d'intégration par parties**
  - formule de changement de variable (la formule elle-même est moins importante que la capacité à effectuer correctement un changement de variable), exemples (on évitera de poser des changements de variables peu naturels sans guider les élèves, je rappelle qu'aucune règle classique du type règles de Bioche n'est désormais au programme)
  - intégration de fractions rationnelles (on appliquera si besoin une forme simplifiée de la décomposition en éléments simples, sans racines doubles, et on doit être capable de mettre un dénominateur de degré 2 sous forme canonique pour faire apparaitre une arctangente)
- Les propriétés théoriques de l'intégrale n'ont pas été revues pour l'instant, mais on doit bien sûr être au moins capable d'utiliser la linéarité si besoin. Aucune construction théorique de l'intégrale n'a été effectuée, nous traiterons ces aspects dans un chapitre ultérieur.
- Équations différentielles :
  - vocabulaire général : ordre d'une équation différentielle, équations linéaires, homogènes, à coefficients constants, normalisées, courbes intégrales associées à une équation différentielle
  - équations linéaires du premier ordre : **solutions de l'équation homogène associée**, principe du calcul des solutions de l'équation complète en additionnant ces solutions de l'équation homogène à une solution particulière, **méthode de variation de la constante** (on doit être capable de faire le calcul menant à la formule $K'(x) = e^{A(x)}b(x)$ de façon formelle, mais le calcul devra systématiquement être refait pour les recherches concrètes

de solutions particulières dans les exercices), recherche d'une solution particulière sous une forme précise pour une équation à coefficients constants ayant un second membre sympathique (polynôme, éventuellement multiplié par un e^{kx}, ou combinaison de cosinus et sinus de même période), principe de superposition
- problèmes de Cauchy du premier ordre et unicité de la solution de ces problèmes
- il n'est pas interdit de poser en exercice une équation non linéaire résoluble via un changement de fonction inconnue, quelques exercices de ce type ont été traités (mais bien entendu, les élèves ne connaissent aucune méthode spécifique, il faut donc les guider).
- équations différentielles du second ordre à coefficients constants : équation caractéristique associée, solutions complexes de l'équation homogène, solutions réelles de l'équation homogène (le **passage des solutions complexes aux solutions réelles** quand $\Delta < 0$ doit être connu), résolution de l'équation complète quand le second membre est de la forme $P(x)e^{kx}$ (avec extention aux seconds membres du type $\cos(x)e^{kx}$ ou $\sin(x)e^{kx}$ via recherche d'une solution complexe), problèmes de Cauchy du second ordre
- exemples de résolutions d'équations à coefficients non constants via changement de variable (toujours fourni), exemples d'équations fonctionnelles pouvant être traitées en se ramenant à la résolution d'une équation différentielle
- un exemple détaillé de recollement de solutions a été traité dans le cas d'une équation du premier ordre, on peut poser des exercices sur le sujet (avec éventuellement extension au cas du second ordre), mais aucune connaissance précise à ce sujet n'est exigible

Prévisions pour la semaine suivante : cacul algébrique (récurrence, sommes et produits, binôme de Newton, peut-être les systèmes linéaires).