

Aide au calcul, séance 2

MPSI Lycée Camille Jullian

25 septembre 2026

Exercice 1 : équations et inéquations.

Résoudre tout simplement dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

1. $\frac{1}{x+1} \leq \sqrt{1-x}$
2. $\frac{2x+3}{x-1} \leq \frac{4x}{2x-3}$
3. $x^3 - 39x + 70 = 0$
4. $\ln|x+1| - \ln|x-2| \leq \ln(2)$
5. $2\ln^3(x) - 5\ln^2(x) + 2\ln(x) \leq 0$
6. $\sqrt{x^2 - 5x + 4} \geq |x+3|$
7. $\sqrt{x^2 - 5x + 4} \geq x+3$
8. $||x| - |x-1|| = 1$
9. $|x| + |x+1| + |x-1| \leq 6$
10. $x^2 - 4|x| + 3 > 0$

Exercice 2 : études de fonctions.

Comme ça ne peut pas vous faire de mal, à nouveau quelques fonctions à étudier (pour chacune, le but est de faire, comme d'habitude, un tableau de variations complet puis une courbe ; rien ne vous empêche bien entendu d'ajouter à ça une étude de convexité si les calculs ne sont pas trop affreux).

1. $f_1(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$
2. $f_2(x) = \frac{\sqrt{x}}{\ln(x)}$
3. $f_3(x) = \frac{e^x}{e^x - 1}$
4. $f_4(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) + x$
5. $f_5(x) = \ln(e^x + 2e^{-x})$
6. $f_6(x) = \ln(x - \ln(x))$

Solutions (à ne regarder que pour vérifier vos résultats).

Exercice 1

- | | | | |
|--|---|---|--|
| 1. $] -\infty, -1[\cup \left[0, \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \right]$ | 2. $] -\infty, 1[\cup \left] \frac{3}{2}, \frac{9}{4} \right]$ | 3. $\{-7, 2, 5\}$ | 4. $] -\infty, 1[\setminus \{-1\} \cup$ |
| $[5, +\infty[$ | 5. $]0, 1] \cup [\sqrt{e}, e^2]$ | 6. $\left] -\infty, -\frac{5}{11} \right]$ | 7. $\left] -\infty, -\frac{5}{11} \right]$ |
| 8. $] -\infty, 0] \cup [1, +\infty[$ | 9. $[-2, 2]$ | 10. $] -\infty, -3] \cup [-1, 1] \cup [3, +\infty[$ | |

Exercice 2

Je vous donne juste les expressions des dérivées des fonctions :

1. $f'_1(x) = \frac{1-x}{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}}$
2. $f'_2(x) = \frac{\ln(x)-2}{2\sqrt{x}\ln^2(x)}$
3. $f'_3(x) = -\frac{e^x}{(e^x-1)^2}$
4. $f'_4(x) = \frac{x^2+x-1}{x(x+1)}$
5. $f'_5(x) = \frac{e^x-2e^{-x}}{e^x+2e^{-x}}$
6. $f'_6(x) = \frac{x-1}{x(x-\ln(x))}$