

# Programme de colle n° 13

MPSI Lycée Camille Jullian

semaine du 05/01 au 09/01 2026

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

## Chapitre 9 : Structures algébriques.

- Groupes :
  - loi de composition interne (lci) sur un ensemble, associativité, commutativité d'une lci, partie stable par une lci
  - élément neutre pour une lci, **unicité de l'élément neutre**, symétrisabilité d'un élément pour une lci (opposé pour une loi additive, inverse pour une loi multiplicative), **unicité du symétrique pour une loi associative**
  - groupe, sous-groupe, caractérisation des sous-groupes par la stabilité par la lci et par symétrisation, groupe des permutations d'un ensemble, groupe produit de deux groupes
  - morphismes de groupes (et endomorphismes, isomorphismes, automorphismes), propriétés élémentaires (image du neutre par un morphisme, image du symétrique par un morphisme, image ou image réciproque d'un sous-groupe), noyau et image d'un morphisme, **caractérisation de l'injectivité** et de la surjectivité d'un morphisme à l'aide du noyau et de l'image, groupe  $\text{Aut}(G)$  des automorphismes d'un groupe  $G$  pour l'opération de composition
- Anneaux et corps :
  - définition d'un anneau, puissances d'un élément dans un anneau
  - règles de calcul dans un anneau (0 est absorbant,  $n(xy) = (nx)y = x(ny)$  pour tout entier relatif  $n$ , formule du binôme pour deux éléments qui commutent)
  - unités d'un anneau, anneau intègre, sous-anneaux, morphismes d'anneaux.
  - corps et sous-corps ( $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$  a été donné en exemple mais absolument aucune connaissance n'est exigible sur ces ensembles, et plus généralement sur la notion de groupe quotient d'ailleurs)

On pourra continuer à poser des exercices sur les suites pour compléter la colle.

Prévisions pour la semaine suivante : continuité et suites implicites.