

Programme de colle n° 9

MPSI Lycée Camille Jullian

semaine du 25/11 au 29/11 2024

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

Chapitre 6 : Techniques de calcul algébrique.

- coefficients binômiaux $\binom{n}{k}$:
 - définition comme quotients de factorielles (on a évoqué la vision combinatoire du nombre de parties à k éléments dans un ensemble à n éléments, mais aucune interprétation combinatoire n'est exigible)
 - formules classiques : **symétrie des coefficients binômiaux**, **formule** $k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$, **relation de Pascal** (démonstration purement calculatoires, même si on a évoqué l'interprétation combinatoire de la relation de Pascal).
 - triangle de Pascal
 - **formule du binôme de Newton** (démonstration effectuée par récurrence)
 - formule $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$, factorisation de $a^n - b^n$ sous la forme $(a-b) \sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$
- petits systèmes linéaires :
 - vocabulaire (systèmes linéaire, système carré, système triangulaire, système incompatible, système de Cramer)
 - opérations élémentaires sur les lignes d'un système, algorithme du pivot de Gauss pour la résolution d'un système de trois équations à trois inconnues (le cas général n'a pas été traité pour l'instant)
 - exemples de résolution de systèmes à paramètre
 - aucune interprétation ou méthode de résolution matricielle n'a été abordée pour l'instant

Chapitre 7 : Nombres complexes.

- Structure de l'ensemble \mathbb{C} :
 - forme algébrique, parties réelle et imaginaire d'un nombre complexe

- identification de \mathbb{C} avec le plan \mathbb{R}^2 , image d'un nombre complexe dans le plan, affixe complexe d'un point du plan
- somme, produit de deux nombres complexes, conjugué, module d'un nombre complexe et **propriétés élémentaires** (compatibilité du produit et du quotient avec la conjugaison et le calcul de module notamment), interprétation géométrique de la conjugaison et du module
- inégalité triangulaire $||z| - |z'|\leq |z + z'|\leq |z| + |z'|$ (la **démonstration** de l'inégalité de droite peut être demandée)
- équations de cercles (on doit être capable de reconnaître un cercle à partir de n'importe quelle forme de son équation)
- écriture exponentielle des nombres complexes de module 1, argument d'un nombre complexe, propriétés de l'argument
- Applications du calcul complexe en trigonométrie :
 - formules d'Euler, formule de Moivre
 - calcul de $\cos(nx)$ ou $\sin(nx)$ en fonction des puissances de $\cos(x)$ et $\sin(x)$
 - linéarisation de $\cos^n(x)$ et $\sin^n(x)$
 - factorisation par l'angle moitié pour obtenir la forme exponentielle d'expressions du type $1 + e^{i\theta}$ et $1 - e^{i\theta}$, ou $e^{ip} + e^{iq}$, application aux formules trigonométriques de transformation
 - somme-produit et au calcul de sommes du type $\sum_{k=0}^n \cos(kx)$
- Résolution des équations du second degré à coefficients complexes (via calcul d'une racine carrée de Δ sous forme algébrique).
- PAS de racines n-èmes de l'unité ou d'isométries complexes cette semaine!

Prévisions pour la semaine suivante : complexes (tout le chapitre).