

Programme de colle n° 18

MPSI Lycée Camille Jullian

semaine du 10/02 au 14/02 2025

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

Chapitre 13 : Arithmétique.

- Divisibilité dans \mathbb{Z} , **théorème de division euclidienne**, nombres premiers (existence d'une infinité de nombres premiers, crible d'Eratosthène), congruences dans \mathbb{Z} .
- Pgcd, ppcm (y compris d'une famille d'entiers), notation $n \wedge p$ et $n \vee p$, algorithme d'Euclide, théorèmes de Bézout et de Gauss (on doit être capable de calculer les coefficients de Bézout en utilisant l'algorithme d'Euclide étendu), entiers premiers entre eux, premiers entre eux dans leur ensemble.
- Valuations p -adiques, additivité des valuations p -adiques, théorème de décomposition en facteurs premiers, calcul du pgcd et du ppcm à l'aide de la décomposition en facteurs premiers et formule $(n \wedge p) \times (n \vee p) = n \times p$, **petit théorème de Fermat**.

Chapitre 14 : Dénombrement

- Cardinal d'un ensemble fini : définition et notations (sont acceptés : $\text{card}(E)$, $|E|$ ou $\sharp E$), propriétés élémentaires ($|\overline{A}| = |E| - |A|$, $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$, la formule du crible générale n'est pas à connaître mais les élèves doivent être capables de l'énoncer dans le cas d'une union de trois ou quatre ensembles).
- Listes, arrangements et combinaisons :
 - définition des p -listes d'un ensemble E , dénombrement des p -listes, exemple fondamental des tirages successifs avec remise dans une urne
 - définition des arrangements de p éléments d'un ensemble, dénombrement des arrangements comme quotient de factorielles, exemple fondamental des tirages successifs sans remise dans une urne, cas particulier des permutations des éléments d'un ensemble, dénombrement des anagrammes d'un mot
 - définition des combinaisons comme sous-ensembles à p éléments d'un ensemble fini, dénombrement des combinaisons à l'aide des coefficients binômiaux, exemple fondamental des tirages simultanés dans une urne

Prévisions pour la semaine prochaine : polynômes.