

Programme de colle n° 22

MPSI Lycée Camille Jullian

semaine du 25/03 au 28/03 2024

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

Chapitre 16 : Analyse asymptotique.

- Développements limités :
 - formule de Taylor-Young (le principe de la preuve doit être connu, mais on évitera de demander le détail technique)
 - vocabulaire (partie régulière d'un DL) et notations
 - parité de la partie régulière du DL d'une fonction paire ou impaire
 - formulaire de DL usuels à connaître par coeur : e^x , $\operatorname{ch}(x)$, $\operatorname{sh}(x)$, $\cos(x)$, $\sin(x)$, $\frac{1}{1-x}$, $\frac{1}{1+x}$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$ (on doit en particulier connaître par coeur les premiers termes du DL de $\sqrt{1+x}$)
 - méthodes de calcul d'un produit, quotient, composée de DL (on autorise les notations légèrement abusives consistant à écrire directement des o dans les composées), intégration ou dérivation de DL
 - formulaire de DL à savoir retrouver rapidement : $\tan(x)$ (les trois premiers termes doivent être connus), $\arctan(x)$, $\arcsin(x)$, $\arccos(x)$
- Applications classiques des calculs de DL :
 - calculs de limites (suites ou fonctions), on doit être capable de choisir l'ordre du DL en anticipant le calcul pour ne pas faire de calculs complexes inutilement
 - étude locale de fonction (existence de tangente et position relative de la courbe et de la tangente en 0, existence d'asymptotes obliques et position relative en $\pm\infty$)
 - développements asymptotiques de suites implicites

Chapitre 17 : Espaces vectoriels.

- Définitions et exemples d'espaces et de sous-espaces vectoriels.

- Caractérisation des sous-espaces vectoriels (au choix : non vide et stable par somme et produit extérieur, ou non vide et stable par combinaisons linéaires).
- Familles de vecteurs :
 - Combinaisons linéaires d'une famille de vecteurs, sous-espace vectoriel engendré par une famille, notation Vect et exemples d'utilisation (notamment pour les solutions de systèmes linéaires homogènes)
 - Familles génératrices, familles libres et liées, bases, coordonnées et composantes d'un vecteur dans une base
- Intersection de sous-espaces vectoriels, somme et somme directe de sous-espaces vectoriels, sous-espaces vectoriels supplémentaires, caractérisation à l'aide de bases (F et G sont supplémentaires si et seulement si l'union d'une base de F et d'une base de G donne une base de E).
- la dimension n'a pour l'instant été vue que de façon purement intuitive, aucun résultat théorique n'est donc à connaître sur ce sujet.
- n'importe quel résultat facile du chapitre pourra être posé en guise de question de cours (par exemple montrer que $\text{Vect}(\mathcal{F})$ est un sous-espace vectoriel, ou que l'intersection de deux sous-espaces vectoriels reste un sous-espace vectoriel).

Prévisions pour la semaine suivante : début des espaces vectoriels, avec la dimension.