

# Programme de colle n° 16

MPSI Lycée Camille Jullian

semaine du 29/01 au 02/02 2024

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

## Chapitre 11 : Calcul matriciel.

- inversion de matrices : définition, propriétés élémentaires (unicité, inverse d'un produit de matrices inversibles), opérations élémentaires sur les lignes d'une matrice (et interprétation en termes de multiplication à gauche par des matrices de transvection ou de dilatation), algorithme du pivot de Gauss d'inversion d'une matrice (le calcul explicite de l'inverse peut être présenté au choix sous forme matricielle classique, avec une matrice augmentée, ou en exploitant la résolution d'un système), exemples de calculs d'inverse exploitant un polynôme annulateur de la matrice
- Compléments sur les systèmes linéaires :
  - écriture matricielle d'un système linéaire, résolution d'un système de taille quelconque via l'algorithme du pivot de Gauss (là aussi on pourra effectuer une résolution exploitant une matrice augmentée, ou une résolution « mixte » consistant à triangulariser une matrice augmentée avant de revenir à la résolution d'un système)

## Chapitre 12 : Arithmétique.

- Divisibilité dans  $\mathbb{Z}$ , **théorème de division euclidienne**, nombres premiers (existence d'une infinité de nombres premiers, crible d'Eratosthène), congruences dans  $\mathbb{Z}$ .
- Pgcd, ppcm (y compris d'une famille d'entiers), notation  $n \wedge p$  et  $n \vee p$ , algorithme d'Euclide, théorèmes de Bézout et de Gauss (on doit être capable de calculer les coefficients de Bézout en utilisant l'algorithme d'Euclide étendu), entiers premiers entre eux, premiers entre eux dans leur ensemble.
- Valuations  $p$ -adiques, additivité des valuations  $p$ -adiques, théorème de décomposition en facteurs premiers, calcul du pgcd et du ppcm à l'aide de la décomposition en facteurs premiers et formule  $(n \wedge p) \times (n \vee p) = n \times p$ , **petit théorème de Fermat**.

Prévisions pour la semaine suivante : dérivation.