

# Programme de colle n° 1

MPSI Lycée Camille Jullian

semaine du 18/09 au 22/09 2023

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

## Chapitre 1 : Logique, ensembles.

- Vocabulaire sur les ensembles :
  - appartenance, inclusion, ensemble vide, description d'un ensemble en extension ou en compréhension, ensembles de nombres  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$
  - opérations sur les ensembles : union, intersection (y compris infinies), complémentaire, propriétés élémentaires (associativité, commutativité, distributivités (on doit savoir démontrer **la distributivité de l'union par rapport à l'intersection**), lois de Morgan sur le passage au complémentaire), produit cartésien
  - ensemble des parties d'un ensemble, notion de partition d'un ensemble
- Manipulation des quantificateurs existentiel et universel (la notation  $\exists!$  a été introduite).
- Propositions mathématiques et connecteurs logiques :
  - valeur de vérité d'une proposition
  - connecteurs logiques « ou », « et » et « non » (les notations  $P \vee Q$ ,  $P \wedge Q$  et  $\neg P$  ont été introduites en cours), utilisation de tables de vérité pour démontrer certaines propositions
  - implications, équivalences, conditions nécessaires et conditions suffisantes, réciproque et contraposée d'une proposition
- Quelques méthodes de démonstration utiles (un exemple a été détaillé à chaque fois) :
  - démonstration par contraposition ou par l'absurde
  - démonstration par analyse et synthèse

## Chapitre 2 : Applications, relations.

- Applications :
  - définition de la notion d'application (vue à partir de celle de graphe fonctionnel, mais on évitera d'insister sur cette dernière notion ; je rappelle par ailleurs que le programme officiel ne fait aucune distinction entre applications et fonctions), ensemble de définition, images, antécédents, notation  $F^E$  pour l'ensemble des applications de  $E$  dans  $F$
  - application identité sur un ensemble  $E$ , fonction indicatrice d'un sous-ensemble, restriction d'une application à un sous-ensemble, prolongements d'une application (un exemple de prolongement par continuité a été donné, mais la notion sera bien sûr revue de façon plus systématique dans le chapitre consacré à la continuité), composée de deux applications et non commutativité de cette opération
  - applications injectives, surjectives, bijectives, caractérisation via le nombre d'antécédents
  - **stabilité de l'injectivité et de la surjectivité par composition**
  - caractérisation de la bijectivité par l'existence d'une réciproque et définition de la notion de réciproque, formule  $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$
  - images directes et réciproques de sous-ensembles par une application

Si on a peur de s'ennuyer, on a le droit de poser en plus un exercice de révision d'analyse de Terminale (le premier devoir surveillé ayant lieu le samedi 16 septembre portera en grande partie sur ce sujet).

Prévisions pour la semaine suivante : le chapitre 2 complété avec les relations d'équivalence et relations d'ordre, manipulations d'inégalités et de valeurs absolues dans  $\mathbb{R}$ .