1. C'est évidemment du cours. En notant $\mathcal{R}$ la relation, elle doit être :

   - réflexive : $\forall x \in E$, $x\mathcal{R}x$.
   - antisymétrique : $\forall (x,y) \in E^2$, si $x\mathcal{R}y$ et $y\mathcal{R}x$, alors $y = x$.
   - symétrique : $\forall (x,y,z) \in E^3$, si $x\mathcal{R}y$ et $y\mathcal{R}z$, alors $x\mathcal{R}z$.

2. On pose bien sûr $X = e^{2x}$ pour se ramener à l'inéquation du second degré $X^2 - 3X + 2 < 0$. Le trinôme obtenu a pour discriminant $\Delta = 9 - 8 = 1$, il s'annule pour $X_1 = \dfrac{3-1}{2} = 1$ et $X_2 = \dfrac{3+1}{2} = 2$. Il sera donc strictement négatif entre ses racines, donc si $e^{2x} \in]1, 2[$, autrement dit si $2x \in]0, \ln(2)[$. On en déduit $\mathcal{S} = \left]0, \dfrac{\ln(2)}{2}\right[$.

3. Il faut trouver une racine évidente, et 2 convient : $2\times 2^3 + 3\times 2^2 - 11\times 2 - 6 = 16 + 12 - 22 - 6 = 0$. On peut donc factoriser le membre de gauche de l'équation sous la forme $2x^3 + 3x^2 - 11x - 6 = (x-2)(ax^2 + bx + c) = ax^3 + (b-2a)x^2 + (c-2b)x - 2c$. Par identification des coeffients, on obtient $a = 2$, puis $b - 2a = 3$, donc $b = 7$ et $c - 2b = -11$ donc $c = 3$ (ce qui esy cohérent avec la dernière équation pour le coefficient constant). On est donc ramenés à la résolution de l'équation $(x-2)(2x^2 + 7x + 3) = 0$. Le second facteur a pour discriminant $\Delta = 49 - 24 = 25$, et pour racines $x_1 = \dfrac{-7+5}{4} = -\dfrac{1}{2}$ et $x_2 = \dfrac{-7-5}{4} = -3$. Finalement, $\mathcal{S} = \left\{-3, -\dfrac{1}{2}, 2\right\}$.

4. Pas vraiment besoin de faire un tableau ici. Si $x \geq 1$, donc sur l'intervalle $[1, +\infty[$, l'équation se ramène à $x - 1 = 3x - x^2$, ou encore $x^2 - 2x - 1 = 0$, qui a pour discriminant $\Delta = 4 + 4 = 8$ et pour racines $x_1 = \dfrac{2-\sqrt{8}}{2} = 1 - \sqrt{2}$ et $x_2 = \dfrac{2+\sqrt{8}}{2} = 1 + \sqrt{2}$. Comme $x_1 < 1$, on ne conserve que x_2. Si $x \leq 1$, on change les signes du mmembre de gauche pour résoudre $1 - x = 3x - x^2$, ou encore $x^2 - 4x + 1 = 0$, qui a ette fois pour discriminant $\Delta = 16 - 4 = 12$ et pour racines $x_3 = \dfrac{4-\sqrt{12}}{2} = 2 - \sqrt{3}$ et $x_2 = \dfrac{4+\sqrt{12}}{2} = 2 + \sqrt{3}$. Il faut éliminer la solution x_4 qui n'est pas dans le bon intervalle, et conclure : $\mathcal{S} = \{2 - \sqrt{3}, 1 + \sqrt{2}\}$.

5. Pour que l'inéquation ait un sens, on doit avoir $x > 0$, $x + 1 > 0$ et $x^3 - x^2 + x = x(x^2 - x + 1) > 0$. Ces trois conditions sont vérifiées sur $]0, +\infty[$, qui sera donc notre intervalle de résolution (le discriminant du facteur de degré 2 est négatif). Sous la condition $x > 0$, on peut regrouper le membre de gauche : $\ln(x^2(x+1)) \geq \ln(x^3 - x^2 + x)$, ce qui est équivalent à $x^3 + x^2 \geq x^3 - x^2 + x$, ou encore $2x^2 - x \geq 0$, donc $2x - 1 \geq 0$ (rappelons que $x > 0$ par hypothèse). Bon, ben voilà, c'était assez trivial : $\mathcal{S} = \left]\dfrac{1}{2}, +\infty\right[$.

6. En passant une des deux racines carrées de l'autre côté puis en élevant au carré, l'équation qu'on cherche à résoudre **implique** (mais n'est pas équivalente à) $2x + 5 = (2 + \sqrt{x+3})^2 = 4 + 4\sqrt{x+3} + x + 3$, soit $x - 2 = 4\sqrt{x+3}$. Une nouvelle élévation au carré (là encore, ce n'est qu'une implication) donne $x^2 - 4x + 4 = 16x + 48$, soit $x^2 - 20x - 44 = 0$. Ce trinôme a pour discriminant $\Delta = 400 + 176 = 576 = 24^2$, et pour racines $x_1 = \dfrac{20-24}{2} = -2$ et $x_2 = \dfrac{20+24}{2} = 22$. Comme on a procédé uniquement par implications, on vérifie les solutions obtenues : pour $x = -2$, $\sqrt{2x+5} - \sqrt{x+3} = 1 - 1 = 0$, donc -2 n'est manifestement pas solution de l'équation initiale. Par contre, pour $x = 22$, $\sqrt{2x+5} - \sqrt{x+3} = 7 - 5 = 2$, donc $\mathcal{S} = \{22\}$.

7. L'équation est vérifiée si $|x| - |x-1| = \pm 1$. Faisons un tableau pour le membre de gauche (même si ce n'est pas vraiment indispensable) :

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$\lvert x\rvert$	$-x$	0 $\quad x$	x	
$\lvert x-1\rvert$	$1-x$	$1-x$ $\quad 0$	$x-1$	
$\lvert x\rvert-\lvert x-1\rvert$	-1	$2x-1$	1	

L'équation est donc vérifiée de façon triviale sur l'intégralité du premier et du troisième intervalle. Sur le deuxième intervalle, $2x-1$ est égal à -1 seulement si $x=0$ et $2x-1=1$ seulement si $x=1$, valeurs déjà obtenues dans les autres intervalles. Finalement, $\mathcal{S}=]-\infty,0]\cup[1,+\infty[$.