

Exercice à travailler n° 7

PTSI B Lycée Eiffel

pour le 16 novembre 2020

Un calcul d'intégrale (légèrement) technique.

On cherche dans cet exercice à calculer l'intégrale $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1 - 2 \sin(x)}{2 \cos(x) + 3 \tan(x)} dx$.

1. Résoudre l'équation $2 \cos(x) + 3 \tan(x) = 0$. En déduire le domaine de définition de la fonction $f : x \mapsto \frac{1 - 2 \sin(x)}{2 \cos(x) + 3 \tan(x)}$ puis l'existence de l'intégrale I .
2. Effectuer le changement de variables $t = \sin(x)$ dans l'intégrale I . Il est fortement conseillé de multiplier numérateur et dénominateur par $\cos(x)$ avant de simplifier l'expression sous l'intégrale. On doit normalement obtenir $I = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1 - 2t}{2 - 2t^2 + 3t} dt$.
3. Décomposer en éléments simples la fraction $\frac{1 - 2t}{2 + 3t - 2t^2}$.
4. Terminer le calcul de l'intégrale I .
5. Quel devrait être le signe de I ? Vérifier (à la calculatrice si besoin) que la formule obtenue a le bon signe.