

## Exercice à travailler n° 5

PTSI B Lycée Eiffel

pour le 12 octobre 2020

### Un classique faisant intervenir les fonctions circulaires réciproques.

On cherche dans cet exercice à étudier la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \arccos\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ .

1. Effectuer une étude rapide de la fonction  $u : x \mapsto \frac{1-x}{1+x}$  (variations et limites, la courbe n'est pas demandée).
2. En déduire le domaine de définition de  $f$ , puis déterminer son ensemble de dérivabilité.
3. Calculer la dérivée  $f'$  de la fonction  $f$ , en déduire le tableau de variations de  $f$ .
4. À l'aide d'un calcul de limite de la dérivée, déterminer l'allure de la courbe de  $f$  au voisinage de l'origine.
5. On pose  $g(x) = \arctan(\sqrt{x})$ , calculer la dérivée  $g'$  de la fonction  $g$ . Si ça ne ressemble vraiment pas du tout à la dérivée  $f'$  obtenue plus haut, recommencer.
6. En déduire une autre expression possible pour la fonction  $f$  (attention à être bien rigoureux).
7. Tracer une allure de la courbe représentative de la fonction  $f$ .