

Exercice à travailler n° 2

PTSI B Lycée Eiffel

pour le 21 septembre 2020

Étude d'une fonction faisant intervenir une valeur absolue.

On cherche dans cet exercice à étudier la fonction f définie par $f(x) = \left| \frac{2x^2 - x - 3}{x - 2} \right|$.

1. Préciser le domaine de définition de la fonction f . La fonction a-t-elle une parité à signaler ?
2. Calculer $f(-1)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$ et $f(\sqrt{3})$ (en donnant la forme la plus simplifiée possible).
3. Déterminer les antécédents par f du réel 1, puis résoudre l'inéquation $f(x) \geq 4$.
4. Étudier le signe de la fonction $h : x \mapsto \frac{2x^2 - x - 3}{x - 2}$.
5. Étudier les variations de la fonction h définie à la question précédente, en déduire le tableau de variations complet de la fonction f .
6. Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) - (2x + 3) = 0$. Que signifie ce calcul concernant la courbe représentative de la fonction h ? Que peut-on en déduire pour celle de f ? Que se passe-t-il du côté de $-\infty$?
7. Tracer une allure soignée de la courbe représentative de la fonction f tenant compte de tous les calculs effectués dans l'exercice.