Programme de colle n$^{\mathrm{o}}$ 2

PTSI B Lycée Eiffel

semaine du 12/10 au 16/10 2020

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtiments corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

Chapitre 1 : Calcul algébrique

- Rappels sur les valeurs absolues :
  - définition, résolution d'équations élémentaires (du type $|a| = |b|$ notamment)
  - résolution d'équations et inéquations plus complexes via la confection de « tableaux de signes »
  - étude de fonctions faisant intervenir des valeurs absolues, notamment du type $f(x) = |g(x)|$

Chapitre 2 : Fonctions usuelles

- Rappels et généralités :
  - domaine de définition
  - parité, périodicité
  - monotonie d'une somme ou d'une composée de fonctions monotones
  - dérivées usuelles (en particulier, la dérivation de fonctions composées doit être absolument maîtrisée), lien entre signe de la dérivée et variations de la fonction
- Logarithmes et exponentielles :
  - définition du ln comme primitive de la fonction inverse, variations et courbe
  - **régles de calcul pour la fonction** ln (on devra savoir démontrer spécifiquement la formule $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$)
  - fonction exponentielle, courbe et règles de calcul
  - logarithmes et exponentielles de base a
- Fonctions puissances :
  - rappels sur les puissances entières (règles de calcul, courbes)
  - racines n-èmes
  - puissances quelconques : définition via l'exponentielle (le passage « sous forme exponentielle » pour l'étude de fonctions ou la résolution d'équations faisant intervenir des puissances quelconques doit être un réflexe acquis), règles de calcul
- Limites classiques :

— croissances comparées
— taux d'accroissement classiques : $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$; $\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$; $\lim_{x \to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$; $\lim_{x \to 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1$

- Fonctions hyperboliques :
  — définition et étude des fonctions ch et sh, dérivée, courbe
  — **formule** $\mathrm{ch}^2(x) - \mathrm{sh}^2(x) = 1$
- Défitition et courbes des fonctions partie entière et partie fractionnaire.

Chapitre 3 : Trigonométrie

- Rappels de trigonométrie élémentaire :
  — cercle trigonométrique, définition à l'aide du cercle du cosinus, du sinus et de la tangente d'un nombre réel
  — valeurs remarquables des lignes trigonométriques pour les angles $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{\pi}{3}$
  — propriétés de symétrie et de périodicité des lignes trigonométriques (aucune hésitation ne sera tolérée pour les formules $\cos(\pi - x)$, $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ et $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$, idem bien sûr pour sinus et tangente)
  — formule $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$
  — **formules d'addition** $\cos(a+b)$, $\sin(a+b)$ et $\tan(a+b)$
  — formules de duplication $\cos(2a)$, $\sin(2a)$ et $\tan(2a)$, ainsi que les formules de triplication $\cos(3a)$ et $\sin(3a)$
  — **formules de transformations sommes-produits** (on doit être capable de redémontrer ces formules à partir des formules d'addition)
- Exemples de résolution d'équations trigonométriques (emploi de la notation « congruence modulo »)
- Étude des fonctions circulaires cos, sin et tan (parité, variations, courbe, dérivée ; en particulier, les deux formules pour la dérivée de la fonction tangente doivent être maîtrisées)
- Fonctions circulaires réciproques :
  — étude de la fonction arcsin (définition, parité, courbe, **formule pour la dérivée**)
  — étude de la fonction arccos
  — **relation** $\arccos(x) + \arcsin(x) = \frac{\pi}{2}$
  — étude de la fonction arctan
  — exemples de simplification d'expressions faisant intervenir les fonctions réciproques (on a donné en cours l'exemple de $\cos(\arctan(x))$ mais aucune formule n'est exigible), et de démonstrations de formules du type $\arcsin\left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right) = \arctan(x)$ via un calcul de dérivée ou un calcul direct

Prévisions pour la semaine de la rentrée : trigonométrie, calculs de sommes.