

# Programme de colle n° 13

PTSI B Lycée Eiffel

semaine du 25/01 au 29/01 2021

La colle débutera par une question de cours portant sur l'énonciation d'un théorème, de définitions, ou la rédaction de l'une des démonstrations indiquées **en gras** dans le présent programme de colles. Tout élève ne sachant pas répondre correctement à cette question de cours se soumettra aux conséquences désagréables de sa paresse, lesdites conséquences étant laissées à la libre appréciation du colleur (mais les châtimements corporels étant hélas interdits, cela se limitera en général à une note en-dessous de la moyenne).

## Chapitre 9 : Calcul matriciel, systèmes.

- Calcul matriciel élémentaire :
  - définition des matrices et notation des ensembles de matrices  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$  et  $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ , vocabulaire de base (taille d'une matrice, matrices carrées, diagonales, triangulaires, matrices nulles, matrices identité  $I_n$ )
  - somme de matrices, produit d'une matrice par un réel, produit matriciel, propriétés (à savoir démontrer : **le produit d'une matrice  $A$  par une matrice identité de taille compatible est égal à  $A$** )
  - transposition, matrices symétriques et antisymétriques
  - puissances d'une matrice carrée, exemples de calcul de puissance à l'aide de suites récurrentes (typiquement en partant d'une relation du type  $A^2 = aA + bI_3$ ), formule du binôme de Newton matricielle et exemples
  - inversion de matrices : définition, propriétés élémentaires (**unicité**, inverse d'un produit de matrices inversibles), opérations élémentaires sur les lignes d'une matrice, algorithme du pivot de Gauss d'inversion d'une matrice (le calcul explicite de l'inverse peut être présenté au choix sous forme matricielle classique, avec une matrice augmentée, ou en exploitant la résolution d'un système), exemples de calculs d'inverse exploitant un polynôme annulateur de la matrice
- Systèmes linéaires :
  - vocabulaire (matrice associée au système, systèmes carrés et triangulaires, systèmes incompatibles, systèmes de Cramer, systèmes homogènes)
  - résolution d'un système via l'algorithme du pivot de Gauss (là aussi on pourra effectuer une résolution exploitant une matrice augmentée, ou une résolution « mixte » consistant à triangulariser une matrice augmentée avant de revenir à la résolution d'un système), écriture des solutions du système dans le cas où ce n'est pas un système de Cramer
  - exemple de résolution de système à paramètres

Prévisions pour la semaine prochaine : la même chose, avec un peu de continuité.