

Programme de colle n° 25

PTSI B Lycée Eiffel

semaine du 27/05 au 29/05 2019

Toutes les démonstrations du cours (points notés **en gras** dans le programme) sont à connaître parfaitement. Un élève ne sachant pas répondre correctement à la question de cours sera systématiquement noté en-dessous de la moyenne.

Applications linéaires

- Définition, noyau, image (cette dernière est en général déterminée en calculant les images des vecteurs d'une base de l'espace de départ).
- Rang d'une application linéaire. Théorème du rang et applications (équivalence entre injectivité et surjectivité d'un endomorphisme en dimension finie).
- Homothéties, projecteurs et symétries (définition, caractérisation via $p \circ p = p$ et $s \circ s = \text{id}$, relation $s = 2p - \text{id}$).
- Matrice représentative d'une application linéaire, opérations élémentaires (matrice d'une composée). Matrice de passage entre deux bases d'un même espace vectoriel, formules de changement de base $X = PX'$ (pour les coordonnées d'un vecteur), et $M' = P^{-1}MP$ (pour une matrice d'application linéaire). Aucune connaissance spécifique sur la diagonalisation n'est bien entendue exigible, même si on a évoqué le sujet en cours.
- Déterminant de deux vecteurs dans le plan, de trois vecteurs dans l'espace, interprétation géométrique. Propriétés générales du déterminant « géométrique » : multilinéarité, antisymétrie, alternance. Déterminant d'une matrice réelle carrée (on admet l'existence d'une unique forme multilinéaire alternée vérifiant $f(In) = 1$). Lien avec l'inversibilité de la matrice. Techniques de calcul : formule de Sarrus, opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes, développement suivant une ligne ou une colonne.

Variables aléatoires

- Définitions, notations (événement $X = k$, ensemble des valeurs $X(\Omega)$), opérations élémentaires (somme de variables, composition par une fonction), variable indicatrice d'un événement A .
- Loi d'une variable aléatoire.
- Espérance : définition, linéarité, variables aléatoires centrées.
- Variance et écart-type : définition, **formule pour $V(aX+b)$** , **théorème de König-Huygens**, variables réduites.
- Loi usuelles : loi uniforme, loi de Bernoulli, loi binômiale (on doit savoir calculer espérance et variance de ces lois).

Prévisions pour la dernière semaine : variables aléatoires, séries.