

# Programme de colle n° 24

PTSI B Lycée Eiffel

semaine du 20/05 au 24/05 2019

Toutes les démonstrations du cours (points notés **en gras** dans le programme) sont à connaître parfaitement. Un élève ne sachant pas répondre correctement à la question de cours sera systématiquement noté en-dessous de la moyenne.

## Applications linéaires

- Définition, noyau, image (cette dernière est en général déterminée en calculant les images des vecteurs d'une base de l'espace de départ).
- Rang d'une application linéaire. Théorème du rang et applications (équivalence entre injectivité et surjectivité d'un endomorphisme en dimension finie).
- Homothéties, projecteurs et symétries (définition, caractérisation via  $p \circ p = p$  et  $s \circ s = \text{id}$ , relation  $s = 2p - \text{id}$ ).
- Matrice représentative d'une application linéaire, opérations élémentaires (matrice d'une composée). Matrice de passage entre deux bases d'un même espace vectoriel, formules de changement de base  $X = PX'$  (pour les coordonnées d'un vecteur), et  $M' = P^{-1}MP$  (pour une matrice d'application linéaire). Aucune connaissance spécifique sur la diagonalisation n'est bien entendue exigible, même si on a évoqué le sujet en cours.
- Déterminant de deux vecteurs dans le plan, de trois vecteurs dans l'espace, interprétation géométrique. Propriétés générales du déterminant « géométrique » : multilinéarité, antisymétrie, alternance. Déterminant d'une matrice réelle carrée (on admet l'existence d'une unique forme multilinéaire alternée vérifiant  $f(In) = 1$ ). Lien avec l'inversibilité de la matrice. Techniques de calcul : formule de Sarrus, opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes, développement suivant une ligne ou une colonne.

## Probabilités

- Vocabulaire général : univers, événements, système complet d'événements, loi de probabilité (la notion de tribu n'est pas au programme, et on ne travaille de toute façon que sur des univers finis).
- Formules élémentaires :  $P(\bar{A})$ ,  $P(A \cup B)$  (qu'on doit savoir généraliser à une union de trois ou quatre événements).
- Probabilités conditionnelles : définition, formule des probabilités composées, formule des probabilités totales, formule de Bayes. On peut donner des exercices du type chaînes de Markov si on le souhaite, mais aucune connaissance spécifique n'est exigée, et on évitera le recours au calcul matriciel (ou alors on guidera les élèves!).
- Indépendance d'événements, indépendance mutuelle d'une famille d'événements.

Prévisions pour la semaine suivante : matrices d'applications linéaires, variables aléatoires.