

**NOM :**  
**Prénom :**

## Interrogation Écrite n° 7

PTSI B Lycée Eiffel

6 mai 2019

1. On pose  $f(x) = (x + 1)e^{\frac{1}{x}}$ . Montrer que  $\mathcal{C}_f$  admet en  $+\infty$  une asymptote oblique dont on donnera une équation, et préciser la position relative de cette asymptote et de  $\mathcal{C}_f$ .
2. L'application  $f : \mathbb{R}_2[X] \rightarrow \mathbb{R}_2[X]$  est définie par  $f(P) = (X^2 - 1)P'' - 2P$ . Montrer que  $f$  est un endomorphisme, déterminer son noyau, puis son rang.
3. L'application  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  est définie par  $f(x, y, z) = \frac{1}{3}(x + 2y + 2z, 2x + y - 2z, 2x - 2y + z)$ .
  - (a) Montrer que  $f$  est une symétrie.
  - (b) Déterminer les éléments caractéristique de cette symétrie (on notera  $F$  le sous-espace par rapport auquel on symétrise et  $G$  le sous-espace parallèlement auquel on symétrise).
  - (c) Déterminer l'expression explicite de la projection sur  $G$  parallèlement à  $F$ .