

NOM :
Prénom :

Interrogation Écrite n° 5

PTSI B Lycée Eiffel

18 janvier 2019

Tous les calculs doivent apparaître sur la feuille.

1. Résoudre le système suivant en distinguant éventuellement des cas selon la valeur du paramètre m :

$$\begin{cases} x & + & y & + & (1-m)z & = & m+2 \\ (1+m)x & - & y & + & 2z & = & 0 \\ 2x & - & my & + & 3z & = & m+2 \end{cases}$$

2. On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 6 \\ 6 & -8 & 12 \\ 3 & -3 & 4 \end{pmatrix}$.

- (a) Calculer A^2 , et trouver deux réels a et b tels que $A^2 = aA + bI$.
- (b) Montrer que A est inversible, et calculer A^{-1} (pivot de Gauss interdit).
- (c) Montrer par récurrence l'existence de deux suites (a_n) et (b_n) telles que, $\forall n \in \mathbb{N}$, $A^n = a_n A + b_n I$.
- (d) Vérifier que $a_{n+2} = 2a_n - a_{n+1}$, et calculer l'expression explicite de a_n , puis de b_n .
- (e) En déduire une expression de A^n , puis donner explicitement la valeur de A^6 .
- (f) La formule obtenue pour A^n reste-t-elle valable lorsque $n = -1$?