

Devoir Maison numéro 2

PTSI B Lycée Eiffel

à rendre au plus tard le 17 octobre 2017

Exercice 1

On considère dans cet exercice la fonction f définie par $f(x) = \frac{1 + \sin(x)}{\sqrt{3} - \cos(x)}$.

1. Résoudre l'inéquation $\sqrt{3} \cos(x) - \sin(x) > 1$.
2. Déterminer le domaine de définition de f .
3. Déterminer un intervalle d'étude pertinent pour la fonction f .
4. Calculer la dérivée f' de la fonction f (on cherchera à la factoriser si possible).
5. À l'aide des résultats de la question 1, dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle d'étude choisi.
6. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de f en son point d'abscisse 0.
7. Tracer une allure soignée de la courbe (on fera bien sûr figurer la tangente calculée à la question précédente).

Exercice 2

1. Étude de la fonction $h : x \mapsto \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) - \frac{1}{1+x}$.
 - (a) Déterminer le domaine de définition de la fonction h .
 - (b) Étudier les variations de h , puis dresser son tableau de variations complet, et en déduire son signe.
2. Étude de la fonction $g : x \mapsto x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$.
 - (a) Déterminer les variations de la fonction g .
 - (b) Calculer les limites de g aux bornes finies de son domaine de définition.
 - (c) Calculer les limites de g aux bornes infinies de son domaine de définition, en posant $X = \frac{1}{x}$.
3. Étude de la fonction $f : x \mapsto \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x}}$.
 - (a) Déterminer le domaine de définition de f .
 - (b) En vous aidant des questions précédentes, étudier les variations de f .
 - (c) Déterminer les limites utiles de f , et dresser son tableau de variations complet.
 - (d) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x}$, et interpréter le résultat obtenu en terme de tangente à la courbe quand x tend vers 0.
 - (e) Tracer une allure soignée de la courbe représentative de f .