

Interrogation Écrite n°5 : corrigé

PTSI B Lycée Eiffel

19 janvier 2016

1. Tout est dans le cours.
2. $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$.
3. Il y a neuf lettres au total, dont une répétée deux fois et deux répétées trois fois, ce qui nous fait un nombre d'anagrammes égal à $\frac{9!}{2! \times 3!^2} = \frac{9!}{72} = 7! = 5\,040$.
4. Allons-y : $(2 - \sqrt{2})^4 = 2^4 - 4 \times 2^3 \sqrt{2} + 6 \times 2^2 \times 2 - 4 \times 2 \times 2 \sqrt{2} + 4 = 16 + 48 + 4 - 32\sqrt{2} - 16\sqrt{2} = 68 - 48\sqrt{2}$.
5.
 - Puisque les tirages sont simultanés, on a $\binom{9}{4} = \frac{9!}{4!5!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2} = 9 \times 7 \times 2 = 126$ tirages au total.
 - Puisqu'il y a 5 boules numérotées 1 dans l'urne, il y a $\binom{5}{4} = 5$ tirages avec uniquement des boules 1.
 - Il faut donc prendre une boule bleue parmi les trois possibles, et trois autres boules parmi les 6 boules qui ne sont pas bleues, soit $\binom{3}{1} \times \binom{6}{3} = 3 \times 20 = 60$ tirages.
 - Puisqu'on tire quatre boules au total, on a donc tiré deux boules d'une couleur, et une de chaque autre couleur. Il faut donc choisir la couleur où on tire deux boules (trois possibilités), et ensuite deux boules parmi les trois de cette couleur, et une boule parmi les trois de chaque autre couleur, soit $3 \times \binom{3}{2} \times \binom{3}{1} \times \binom{3}{1} = 81$ tirages possibles.
 - Deux possibilités : on tire la boule rouge numéro 1, une autre boule 1 (il en reste quatre possibles), et deux boules qui ne sont ni rouges ni 1, ce qui ne laisse pas de choix (il faut tirer les bleues 2 et 3), ce qui fait déjà 4 tirages ; soit on tire deux boules 1 qui ne sont pas rouges parmi les quatre disponibles, une rouge qui n'est pas la 1 parmi les deux possibles, et une dernière boule ni rouge ni 1 parmi deux disponibles, ce qui ajoute $\binom{4}{2} \times 2 \times 2 = 24$ nouveaux tirages. Au total, il y a donc 28 tirages convenables.
 - Il n'y a pas le choix au niveau de la répartition des numéros, il faut tirer une boule 2 et quatre boules 1, ce qui fait $\binom{2}{1} \times \binom{5}{4} = 10$ tirages possibles.