

Interrogation Écrite n°7

PTSI B Lycée Eiffel

19 mai 2015

Exercice 1

Soit f l'endomorphisme de \mathbb{R}^3 défini par $f(x, y, z) = (2x - 2x - z; 2x - 3y - 2z; x - 2y)$.

1. Donner la matrice M de f dans la base canonique de \mathbb{R}^3 .
2. Vérifier que $M^2 + 2M - 3I = 0$. La matrice M est-elle inversible? Si oui, donner son inverse.
3. Déterminer une base de chacun des sous-espaces vectoriels suivants : $F = \ker(f - \text{id})$ et $G = \ker(f + 3 \text{id})$.
4. En déduire une base \mathcal{B} de \mathbb{R}^3 dans laquelle la matrice de f est diagonale.
5. Donner la matrice de passage de la base canonique vers la base \mathcal{B} , ainsi que la matrice de passage de \mathcal{B} vers la base canonique.

Exercice 2

Dans une urne sont placées quatre boules numérotées 1, 2, 3 et 4. On tire successivement et **avec** remise quatre boules dans l'urne. On note X le nombre de boules différentes tirées lors de ces quatre tirages. Donner la loi de X (comme on est gentil, on donne $P(X = 3) = \frac{144}{256}$), et calculer son espérance, sa variance et son écart-type.