

Interrogation Écrite n°6

PTSI B Lycée Eiffel

30 mars 2015

Exercice 1

Calculer les développements limités suivants :

1. $DL_4(0)$ de e^{x+x^2}
2. $DL_4(0)$ de $\frac{\ln(1+x)}{1-x}$.
3. $DL_4(0)$ de $\cos\left(\sin\left(\frac{x}{1-x}\right)\right)$
4. $DL_3(0)$ de $(1+x)^{\frac{1}{1+x}}$.

Exercice 2

On pose $f(x) = \frac{\sqrt{x^4 - x^3 - x + 1}}{x - 1}$, et on cherche à l'étudier sur $]1, +\infty[$ (on admet qu'elle est définie sur cet intervalle).

1. Rappeler le $DL_4(0)$ de $\sqrt{1+x}$.
2. En posant $h = x - 1$, écrire le développement limité à l'ordre 3 de $f(h)$ quand h vers 0 par valeurs positives (ce qui correspond évidemment à dire que x tend vers 1). En déduire que f est prolongeable par continuité à droite en 1, et donner une équation de la tangente à la courbe représentative de f (une fois prolongée) en 1, ainsi que la position relative de la courbe et de sa tangente.
3. En posant $X = \frac{1}{x}$, étudier le comportement de la fonction f au voisinage de $+\infty$ (existence d'asymptote oblique, position relative de la courbe et de cette asymptote).
4. Factoriser le numérateur de $f(x)$, et retrouver plus rapidement les résultats de la question 2.