

# Devoir Maison n°2

PTSI B Lycée Eiffel

à rendre au plus tard le 3 novembre 2014

Ce devoir est constitué d'exercices à l'énoncé volontairement court. À vous de chercher !

## Exercice 1

Résoudre l'équation  $\sin(x) + \sin(2x) + \sin(3x) + \sin(4x) = 0$  de deux manières différentes.

Comme vous êtes courageux, résoudre aussi  $\sum_{k=1}^6 \sin(kx) = 0$ .

## Exercice 2

Démontrer que,  $\forall n \geq 1$ ,  $\prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{1}{k^3}\right) \leq 3 - \frac{1}{n}$ .

## Exercice 3

Démontrer, de deux façons différentes, que  $\forall x \in \mathbb{R}$ ,  $\arctan(x) + 2 \arctan(\sqrt{1+x^2} - x) = \frac{\pi}{2}$ .

## Exercice 4

Calculer la somme  $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)(k+3)}$ , en écrivant  $\frac{1}{k(k+1)(k+3)} = \frac{a}{k} + \frac{b}{k+1} + \frac{c}{k+3}$ .  
Redémontrer le résultat par récurrence, et calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ .