

AP : Séance n°6

PTSI B Lycée Eiffel

16 janvier 2015

Exercice 1

Calculer les puissances de la matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ de deux façons différentes : en trouvant une relation entre A^2 , A et I_2 , puis en exploitant des suites récurrentes ; puis en utilisant la formule du binôme de Newton.

Exercice 2

Résoudre le système suivant, en discutant de son nombre de solutions suivant la valeur de a :

$$\begin{cases} mx + (1-m)y + (1-m)z = m^2 \\ mx + (1+m)y + (1+m)z = m - m^2 \\ x + y + z = 1 - m \end{cases}$$

Exercice 3

On souhaite colorier les cases d'une grille de morpion (trois lignes, trois colonnes) en vert, bleu et rouge. Chaque case doit être coloriée.

1. Combien de coloriages possibles au total ?
2. Combien où les quatre coins sont verts ?
3. Combien avec uniquement du rouge et du bleu ?
4. Combien avec trois cases de chaque couleur ?
5. Combien où chaque ligne contient une case de chaque couleur ?
6. Combien avec quatre cases bleues, et plus de rouges que de vertes ?
7. Combien où une case bleue n'est jamais adjacente à une rouge (les diagonales ne comptent pas pour l'adjacence) ?