

AP : Séance n°3

PTSI B Lycée Eiffel

17 octobre 2014

On considère la fonction $f : x \mapsto \frac{2x^2}{x^2 - 1}$.

1. Déterminer le domaine de définition de f .
2. Étudier la fonction f , et en dresser un tableau de variations complet.
3. En déduire si f est injective ou surjective. Déterminer deux ensembles I et J les plus grands possibles tels que f effectue une bijection de I vers J .
4. En oubliant les deux questions précédentes, étudier l'injectivité de f en revenant à la définition du cours.
5. Même chose pour la surjectivité. Retrouver les résultats de la question 3, et donner une expression de la réciproque de $f|_I$.

Calculer les intégrales suivantes :

- $\int_0^1 \frac{t}{\sqrt{1+t^2}} dt$
- $\int_{-3}^0 |x^2 - x - 2| dx$
- $\int_0^{\ln(2)} x^2 e^x dx$
- $\int_0^2 (t+1) \operatorname{ch}(t) dt$
- $\int_0^1 \ln(1+t^2) dt$
- $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+\cos(x)} dx$ (formules de duplication)
- $\int_0^{\pi} \frac{\cos(x)}{1+\sin(x)} dx$ (en posant $t = \sin(x)$)
- $\int_0^1 \frac{e^x}{2+e^x} dx$ (en posant $t = e^x$)
- $\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x^3}} dx$ (poser $t = \sqrt{x}$)
- $F(x) = \int_x^{\frac{1}{x}} \frac{\arctan(t)}{t} dt$ (dérivez !)